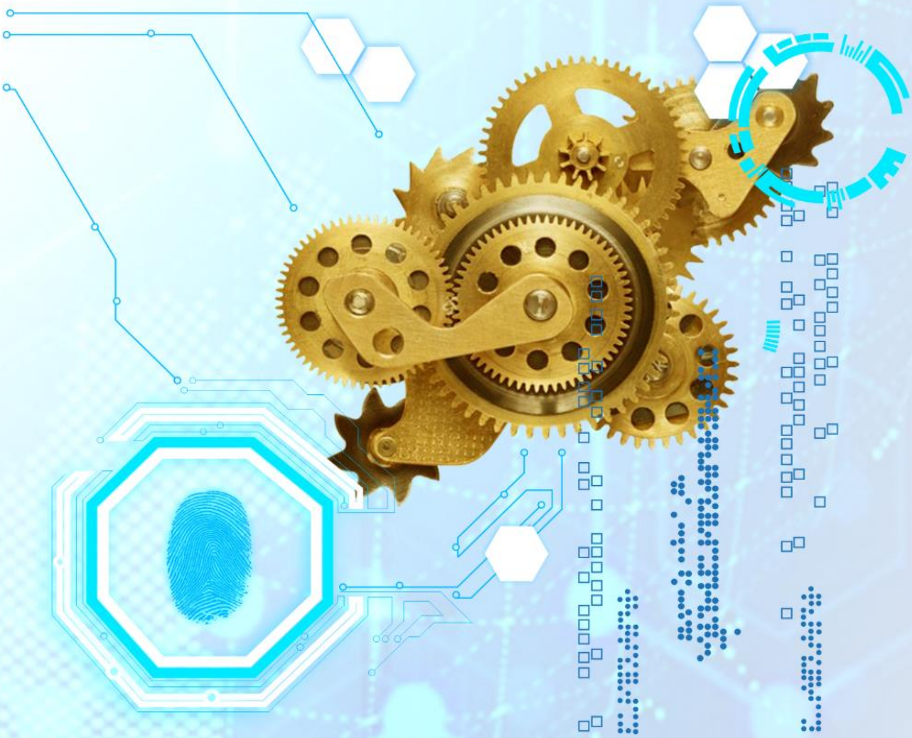
CETAKAN PERTAMA



RISET OPERASI

EDITOR :

DUDIH GUSTIAN, M.Kom

PENULIS :

Lulut Alfaris, M.T. - Dudih Gustian, M.Kom - Retno Setyorini, S.T., M.M
Ikhsan Romli, S.Si, M.Sc - Anggi Yhurinda Perdana Putri, M.Kom
Silvester Adi Surya Herjuna, S.T.I.P.P - Nur Syamsiyah, ST., MTI.
Yuniansyah, M.Kom - Nurul Aziza, MT. - Aldi Cahya Muhammad, M.Sc.Engg.
Najirah Umar - Muhammad Wali

RISET OPERASI

RISET OPERASI

Lulut Alfaris, M.T.
Dudih Gustian, M.Kom
Retno Setyorini, S.T., M.M
Ikhsan Romli, S.Si, M.Sc
Anggi Yhurinda Perdana Putri, M.Kom
Silvester Adi Surya Herjuna, S.T.I.P.P
Nur Syamsiyah, ST., MTI.
Yuniansyah, M.Kom
Nurul Aziza, MT.
Aldi Cahya Muhammad, M.Sc.Engg.
Najirah Umar
Muhammad Wali

Penerbit :

Indie Press
Bersama Mencerdaskan Bangsa

Anggota IKAPI
No. 428/JBA/2022

RISET OPERASI

Penulis :
Lulut Alfaris, M.T., Dudih Gustian, M.Kom., Retno Setyorini, S.T., M.M., Ikhsan Romli, S.Si, M.Sc., Anggi Yhurinda Perdana Putri, M.Kom., Silvester Adi Surya Herjuna, S.T.I.P.P., Nur Syamsiyah, ST., MTI.., Yuniansyah, M.Kom., Nurul Aziza, MT., Aldi Cahya Muhammad, M.Sc.Engg., Najirah Umar., Muhammad Wali

ISBN : 978-623-88145-1-0, 978-623-88145-2-7 (PDF)
Editor : Dudih Gustian, M.Kom
Tata Letak : Handi Mardiana, A.Md
Desain Sampul : Robi Subaya

Penerbit : INDIE PRESS

Redaksi :
Jl. Antapani VI, No 1B, Ankid, Antapani, Bandung 40291
Telp/Faks: (022) 20526377
Website: www.indiepress.co.id |E-mail: admin@indiepress.co.id

Cetakan Pertama :
30 Juli 2022

Ukuran :
iii, 150, Uk: 15,5 x 23 cm

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan kehadirat Tuhan Yang Maha Esa, karena berkat rahmat dan karunia-Nya sehingga buku kolaborasi dalam bentuk book chapter Riset Operasi dapat dipublikasikan dan dapat sampai di hadapan pembaca. Book chapter ini disusun oleh sejumlah akademisi dan praktisi sesuai dengan kepakarannya masing-masing. Buku ini diharapkan dapat hadir memberi kontribusi positif terkait dengan Riset Operasi.

Buku Riset Operasi ini mengacu pada pendekatan konsep teoritis dan contoh penerapan. Buku ini terdiri atas 12 bab yang dibahas secara rinci, diantaranya: Pengenalan Riset Operasi, Linier Programming, Aggregate Planning, Post Optimal, Metode Simplex, Mengenal dualitas dan analisis sensivitas, Metode Transportasi (NWC, Inspeksi, Vogel), Metode SPK (SAW/AHP), Metode CPM/PERT, Markov Model, Metode langkah maju-mundur dan Teori Game.

Kami menyadari bahwa tulisan ini jauh dari kesempurnaan dan kekurangan. Oleh sebab itu, kami tentu menerima masukan dan saran dari pembaca demi penyempurnaan lebih lanjut.

Akhirnya kami mengucapkan terima kasih yang tak terhingga kepada semua pihak yang telah mendukung dalam proses penyusunan dan penerbitan buku ini, secara khusus kepada Penerbit Indie Press. Semoga buku ini dapat bermanfaat bagi pembaca sekalian.

Bandung, 30 Juli 2022

Editor

DAFTAR ISI

Bab 1. Pengenalan Riset Operasi

Secara harfiah riset berarti suatu proses yang terorganisasi dalam mencari kebenaraan akan masalah. Operasi ialah tindakan yang diterapkan pada beberapa masalah. Ada berbagai pengertian terkait Riset Operasi, namun merujuk dari Operation Research Society of America bahwa yang dimaksud dengan Riset Operasi ialah “Riset Operasi dikaitkan dengan ilmu pengetahuan yang memutuskan bagaimana rancangan dan operasi terbaik pada sistem manusia-mesin yang biasanya dalam kondisi membutuhkan alokasi sumber daya yang terbatas”.

Bahwa yang disebut riset operasi merupsksn peralatan manajemen yang menyatukan berbagai ilmu seperti matematika maupun logika dalam suatu kerangka pemecahan masalah untuk menyelesaikan kehidupan sehari-hari yang dapat dipecahkan secara optimal (Starr & Miller,1969).

1.1 Sejarah Riset Operasi

Konsep riset operasi mulai berkembang dalam kehidupan yaitu dalam dunia militer selama perang dunia I. Antara tahun 1914 - 1915, seorang ilmuwan dari Inggris yang bernama Frederick William Lanchester merumuskan operasi militer secara kuantitatif dengan menuliskan persamaan-persamaan hubungan relatif antara hasil perang dengan kekuatan pertempuran dan penguasaaan senjata. Ditempat lain di negara Amerika, seorang ilmuwan dan inventor, Thomas Alva Edison juga meneliti proses perang anti kapal selam (*Anti-submarine warfare*), Edison mengumpulkan dan memproses gerakan kapal laut yang bertujuan untuk menangkal bahkan mampu untuk menghancurkan kapal selam. Simulasi rancangan tersebut dibuat dalam suatu teori permainan perang sebagai pola pergerakan yang ada hubungannya dengan lautan. Analisis gerakan zig-zag dari kapal juga dihitung untuk menghidari kapal selam.

Selain dalam bidang militer seperti diatas, sejarah riset operasi juga ditemukan dalam bidang ekonomi. Pertama kali diperkenalkan oleh Ford Whitman Harris pada tahun 1915 menganalisis terkait model dan ukuran persediaan ekonomis. Pada tahun 1917 M, formula waktu antrian (*queueing theory*) yang dikembangkan berdasarkan prinsip-prinsip statistik diperkenalkan oleh matematikawan dan insinyur Denmark, Agner Krarup Erlang. Pada tahun 1924, Walter Shewhart, menggunakan statistik inferens dalam pengembangan teknik pemeriksaan sampling yang berhubungan dengan pengawasan kualtas. Awalnya riset operasi adalah suatu metode pengambilan keputusan yang dikembangkan dari studio operasional pada Perang Dunia II. Pada masa awal PD II, pemimpin militer Inggris memanggil sekelompok para ahli dari kalangan sipil dari berbagai disiplin ilmu dan mengkoordinasi mereka ke dalam kelompok untuk diserahi tugas untuk mencari cara efisein untuk menggunakan alat yang baru ditemukan yakni Radar (*Radio Detecting and Ranging*) dalam suatu sistem peringtaan dini dalam menghadapi serangan udara.

Kelompok ini melakukaan riset pada operasi-operasi militer. kemudian Robert dan William mengembangkan system komunikasi untuk Angkatan Udara Kerajaan Inggris. Pendekatan Riset Operasi ini sangat berhasil dalam memecahkan masalah operasi konvoi, operasi kapal selam, strategi pengeboman dan operasi pertambangan. Riset Operasi ini kemudian disebut seni memenangkan perang sebelum perang. Kesuksesan tim riset operasional ini kemudian disebut sebagai peneliti operasional militer yang mengaplikasikan Riset Operasi pada operasi pertahanan nasional. Teknik yang dikembangkan memasukkan ilmu politik, matematika, ekonomi, teori probabilitias dan statistik.

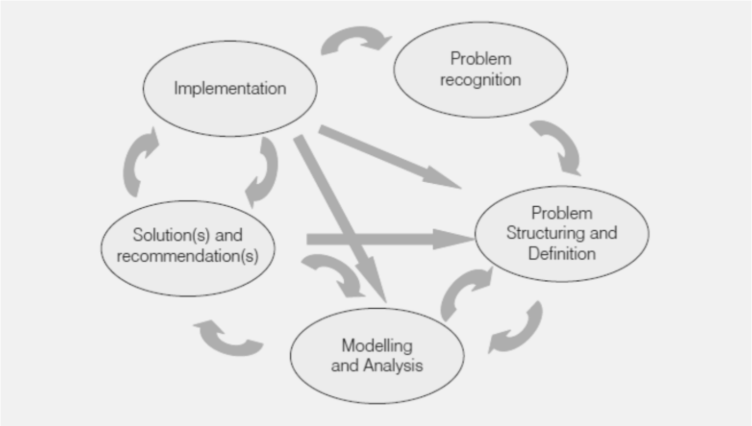
Dalam perkembangan Riset Operasi selanjutnya pada tahun 1947, George Bernard Dantzig mengembangkan metode simpleks untuk memecahkan masalah linear programming. Disamping itu banyak peralatan Riset Operasi seperti linear programming, dynamic programming, teori antrian dan teori pengendalian persedian telah dikembangkan sebelum akhir tahun 1950an. Sejak 1951, Riset Operasi diaplikasikan mulai diterapkan di dunia industri di Amerikaa dan Eropa.

1.2 Tahapan Riset Operasi

Tahapan untuk meringkas dari studi riset operasi ialah dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Mendefinisikan masalah yang menarik dan mengumpulkan data yang relevan. Pendefinisian dan perumusan tujuan yang jelas dari sistem model untuk sebagai dasar sebagai keputusan pengambilan keputusan.
2. Merumuskan model matematika untuk mewakili masalah. Model merupakan penggambaran secara kuantitatif dari tujuan dan untuk dapat dituliskan ke dalam variable keputusan.
3. Mengembangkan prosedur berbasis komputer untuk mendapatkan solusi masalah dari model. Perkembangan computer yang cepat dapat membantu untuk menguji dan memecahkan masalah dari suatu model.
4. Uji model dan perbaiki sesuai kebutuhan. Model bisa disebut valid apabila ada input serupa maka akan menghasilkan output yang performancenya sesuai dengan yang diharapkan
5. Mempersiapkan penerapan model yang berkelanjutan seperti yang ditentukan. Model perlu dipersiapkan dengan baik agar sesuai dengan hasil yang telah direncanakan.
6. Implementasi. Penerapan hasil model uji merupakan tahapan terakhir, dalam tahap ini perlu penjelasan yang

cermat terkait solusi yang dipergunakan dan hubungannya dengan realita.



Gambar 1.1 Pendekatan Management Science (Anderson, 2014)

1.3 *System Thinking*

Sistem yang terdapat komponen-komponen yang saling berinteraksi teratur dan bergantung satu sama lain maka akan membentuk satu kesatuan sinergi. Menurut teori sistem, perilaku sistem tidak bisa dipahami secara utuh hanya dengan menganalisa komponen-komponennya secara terpisah. Teori sistem merupakan teori lintas disiplin ilmu yang mempelajari komponen sebagai kesatuan yang berinteraksi, sehingga teori system juga sama artinya dengan ilmu sistemu kesatuan yang saling berinteraksi. Teori sistem saat ini diartikan dengan ilmu system (Checkland, 1981).

Pemahaman terhadap seuatu sistem harus dipahami dengan struktur sistem secara komprehensif. Bahwa hubungan suatu komponen sifatnya tidak harus linear namun juga bersifat circular dan saling mengunci (interlocking). terhadap komponen-komponen sistem harus dibarengi dengan pemahaman terhadap struktur sistem secara keseluruhan. Hubungan antarkomponen dalam sistem tidak selalu bersifat linear, tetapi bisa juga bersifat memutar (*circular*), saling mengunci *(interlocking*. Dinamika sistem mempelajari bagaimana komponen-komponen itu membentuk suatu dinamika perilaku suatu sistem. Teori sistem bisa diterapkan baik itu di bidang ilmu alam maupun juga bisa dikembangkan di ilmu social.

Perkembangan teori sistem dimulai sekitar tahun 1945an dimana seorang Jerman yang bernama Ludwid von Bertalanffy memjelaskan fenomena sistem yang ada diberbagai bidang ilmu, dimana tema tersebut dipublikasikan dalam bentuk karyanya yang berjudul "*General System Theory*". Selanjutnya ditahun 1948, Norbert Wiener dan Ross Ashby mempublikasikan karya "*Mathematical Theory of The Communication and Control Systems through Regulatory Feedback*", yang menjelaskan terkait aspek penting dari adanya umpan balik pada suatu sistem.

René Thom dan E.C. Zeeman mengembangkan Teori Catastrophe. Teori Catastrophe yang juga merupakan dari cabang matematika ditemukan oleh Rene dan Zeeman yang mampu menjelaskan fenomena dari pencabangan dua suatu sistem yang sifatnya dinamis. Fenomena yang mengalami perubahan perilaku mendadak karena adanya perubahan kecil pada situasi tertentu juga dijelaskan oleh teori catastrophe ini.

Teori chaos mulai dikembangkan pada tahun 1980an. Teori Chaos merupakan teori matematika yang berhubungan dengan sistem dinamis nonlinear yang menjelaskan fenomena pencabangan dua *(bifurcations*), penarik asing *(strange attractors)*, dan gerakan tak beraturan (*chaotic motions).* Teori chaos, dalam matematika dan fisika, berhadapan dengan sifat dari sistem dinamika tak linear tertentu yang (dalam kondisi tertentu) menunjukkan fenomena yang dikenal sebagai chaos. Contoh sistem ini adalah atmosfer, tata surya, lempeng tektonik, turbulensi fluida, ekonomi, dan pertumbuhan populasi (Moon,1992).

Pada ilmu matematika dan fisika , dinamika nonlinear atau teori chaos menjelskan terkait perilaku sistem dinamika nonlinear tertentu yang menunjukka dinamika sensitive terhadap kondisi awal (disebut juga sebagai efek kupu-kupu). Sebagai hasil dari sensitivitas ini, yang mewujudkan diri sebagai pertumbuhan eksponensial usikan kondisi awal, perilaku sistem chaotic muncul secara acak (random). Hal ini terjadi meskipun sistem ini adalah sistem deterministik, yang bermakna bahwa dinamika masa depan secara penuh ditentukan oleh kondisi awal, tanpa elemen acak yang terlibat. Perilaku ini dikenal sebagai chaos deterministik, atau sederhananya *chaos* (Beishon, 1976).

Complex adaptive system (CAS) merupakan sistem yang terdiri dari dua karakteristik, yaitu kompleks dan berkemampuan untuk beradaptasi. Suatu sistem dikatakan mampu beradaptasi jika mampu menghasilkan prosedur yang memungkinkan komponen-komponennya untuk menyesuaikan diri atau beradaptasi secara efisien di lingkungan yang berbeda (Holland, 1962).

1.4 Model dalam Riset Operasi

Model merupakan penyederhanaan realitas sistem yang kompleks yang hanya menyertakan komponen maupun factor relevan didalam proses analisisnya. Model merupakan bentuk abstraksi realitas, sehingga sifatnya kurang kompleks maka untuk menjadi lengkap harus mencerminankan semua realitas yang diteliti.

Berikut adalah pengklasifikasian dari suatu model yang meliputi:

1. *Iconic* model

   Model *Iconic* merupakan penyajian fisik dari suatu sistem seperti tampak aslinya dengan skala yang berbeda. Model iconic mudah dibentuk dan dijelaskan, namun terlampau sulit untuk manipulasi dan tak berguna untuk tujuan forecasting. Secara umum model ini bisa menggambarkan peristiwa statistik. Contoh model ini adalah histogram.

2. *Analogue* Model

   Model Analogue terlihat lebih abstrak dibandingkan dengan model iconic, karena visualisasinya tidak sama antara model dengan sistem nyata. Model analogue bisa menggambarkan situasi yang dinamis, sehingga lebih banyak dipergunakan karena mampu untuk menganalogikan sifat karakteristik serta mampu menunjukkan ciri-ciri sistem nyata yang akan dipelajari. Contohnya Peta kontur dengan bermacam warna karena menunjukkan topografi bumi.

3. *Mathematic* Model

   Model ini menggunakan simbol matematik untuk menunjukkan komponen-komponen dan hubungannya dari sistem nyata. Model matematika digolongkan menjadi menjadi dua kelompok, yaitu deterministik dan probabilistik. Model ini membutuhkan penyederhanaan dari relatitas, sehingga meskipun terdapat sistem yang rumit maka dapat dianalisa dan sehingga bisa diketahui suatu komponen sistem dengan baik. Adapun prosedur untuk membuat model menjadi lebih sederhana ialah bisa dengan tahapan sebagai berikut :

a. Melinierkan dari suatu relasi yang tidak linier
b. Mengurangi variabel
c. Mengubah sifat variabel
d. Mengubah dari tujuan ganda menjadi tunggal
e. Membuat model menjadi statistik
f. Mengasumsikan menjadi nilai deterministik

Untuk mencapai fungsi esensi dalam riset operasi maka ketepatan model merupakan hal yang sangat penting, sehingga dengan cara tersebut akan dihasilkan suatu solusi. (Solberg, 2000) telah membuat sepuluh prinsip dalam pembentukan model:

1) Model haruslah yang mudah
2) Perumusan masalah secara tepat yang disesuaikan dengan teknik penyelesaian
3) Model harus benar dan sesuai kaidah matematika
4) Memastikan model sesuai dan cocok
5) Model harus benar dan jangan sampai sampai keliru dengan sistem nyata
6) Membuat model sesuai dengan yang diharapkan
7) Hati-hati dengan model yang terlalu banyak
8) Pembentukan model harus memberikan manfaat
9) Nilai dari suatu model tidak lebih baik dari suatu data
10) Model tidak bisa menggantikan dalam pengambilan keputusan

4. Teknik Riset Operasi

Berikut ini terdapat beberapa teknik teknik riset operasi, yaitu:

a. Linier Programing

Linier programming adalah Teknik untuk untuk menyelesaikan permasalahan riset operasi dengan suatu model matematis yang di gunakan untuk menggambarkan masalah yang ada dengan mengubah menjadi fungsi linier (Hillier dan Lieberman, 2002). Terdapat 2 fungsi Linier Programming; Fungsi Tujuan dan Fungsi Kendala. Fungsi Tujuan , menginterpretasikan tujuan yang ingin dicapai dengan menggunakan sumber daya yang ada. Sedangkan fungsi kendala , menginterpretasikan kendala yang dihadapi dalam relasinta untuk mencapai mencapai. Dalam linear programming kendala yang akan dihadapi terdiri dari lebih dari satu.

b. Metode Dualitas

Teknik untuk menyelesaikan riset operasi masalah secara langsung dari persoalan aslinya.

c. Metode Transportasi
   Metode ini dipergunakan untuk mengatur pendistribusian dari sumber ke tempat yang membutuhkan dengan optimal.
d. Metode Simpleks
   Metode ini bersifat matematis yang menyelesaikan masalah secara dasar ke permasalahan dasar lain secara berulang, sehingga didapatkan hasil akhir yang optimal.
e. Teori Jaringan Kerja
   Merupakan Teknik penggabungan dari dua Teknik analisis yanni Critical Path Method (CPM) dan Project Evaluation and Review Technique (PERT) untuk merencanakan, penjadwalan dan pengambilan keputusan terhadap proyek.

Bab 2. Linier Programming

2.1 Pengertian

Linear Programming (LP) merupakan salah satu teknik optimisasi yang paling sering digunakan serta merupakan teknik yang efektif berbagai perusahaan. Linear Programming ialah cara kerja optimisasi dari suatu masalah, dimana *Objective Function* (fungsi tujuan) dan Constraint (pembatas) bersifat *linier*. Metode ini diterapkan dalam perusahaan digunakan guna memaksimasi keuntungan yang mempertimbangkan berbagai pilihan input dan keterbatasan kapasitas produksi (Sapti Aji et.al, 2014).

L*inear programming* merupakan metode matematis dalam pengalokasian sumber daya yang terbatas guna mencapai tujuan dalam memaksimumkan keuntungan serta meminimasikan biaya. Metode ini banyak diterapkan dalam masalah ekonomi, industri, militer, social dan sebagianya. Selain itu metode ini berkaitan dengan penjelasan suatu kasus dunia nyata sebagai model matematis yang terdiri dari sebuah fungsi tujuan linear dengan beberapa kendala linear (Siringoringo, 2005). Metode ini mempunyai tiga unsur utama (Imbas, 2014), yaitu :

1. Variabel keputusan, adalah variabel persoalan yang mempengaruhi nilai tujuan yang di capai. Didalam proses pemodelan, penemuan variabel keputusan tersebut harus dilakukan terlebih dahulu sebelum merumuskan fungsi tujuan dan kendala – kendalanya.
2. Fungsi tujuan, dalam model pemograman linear tujuan yang hendak dicapai harus diwujudkan kedalam sebuah fungsi matematika linear. Selanjutnya, fungsi ini dimaksimumkan atau diminimumkan terhadap kendala – kendala yang ada. Beberapa contoh tujuan yang hendak dicapai oleh pabrik

manajemen adalah maksimasi laba perusahaan, minimasi biaya distribusi, dan lain sebagainya.

3. Kendala fungsional, berbagai kendala yang dihadapi untuk mencapai tujuan-tujuannya.

2.2 Model Linear Programming

Pada metode LP dikenal dua jenis "fungsi", yaitu fungsi tujuan *Objective Function* (fungsi tujuan) dan *constraint function* (fungsi Batasan), dimana :

1. Fungsi Tujuan yang mempunyai fungsi dalam memvisualisasikan tujuan permasalahan yang erat kaitannya dengan pengaturan secara optimal sumberdaya. Hal ini diperuntukan untuk menghasilkan keuntungan yang maksimal dengan biaya minimal. maksimal atau biaya minimal. Fungsi ini dinyatakan sebagai Z.
2. Fungsi Batasan yang merupakan bentuk penyajian matematis dengan batasan kapasitas yang tersedia dan akan dialokasikan secara optimal ke bidang kegiatan.

2.3 Bentuk Umum Table Program Linier

Tabel 2.1 Data untuk model programan linier

Aktivitas sumber	Penggunaan sumber/unit 1 2 ……….. n	Banyaknya sumber yang dapat digunakan
1	a_{11} a_{12} ………… a_{1n}	B_1
2	a_{21} a_{22} ………… a_{2n}	B_2
	a_{m1} a_{m2} ………… a_{mn}	B_m
Δz/ unit tingkat	C_1 c_2 ………. c_n	
	X_1 x_2 ………. x_n	

1. Bentuk Matematis

   Dalam LP dapat *direpserentasikan* ke dalam bentuk matematis pada set maksimum dan minimum, dimana keduanya terjadi perbedaan pada tanda batasannya. Untuk set maksimum kondisi digambarkan pertidak samaan ≤, (kurang dari), sedangkan untuk minimal digambarkan dalam bentuk.

   Maksimumkan $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots\ldots + c_nx_n$

   Pertidaksamaan ≥ (lebih dari) berdasarkan pembatas :

   $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots..+ a_{1n}xn \leq b_1$

   $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots..+ a_{2n}xn \leq b_2$

   .

   .

   $a_{m1}x_1x_1 + a_{m12}x_2 + \ldots..+ a_{mn}x_n \leq b_2$

   $X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, \ldots\ldots\ldots X_n \geq 0$

   Maksimumkan $z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots\ldots + c_nx_n$

   $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots..+ a_{1n}xn \leq b_1$

   $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots..+ a_{2n}xn \leq b_2$

   .

   .

   $a_{m1}x_1x_1 + a_{m12}x_2 + \ldots..+ a_{mn}x_n \leq b_2$

   (Maswarni et.al, 2019).

Contoh kasus 1 :

1. Suatu perusahaan menghasilkan dua produk barang yaitu meja dan kursi, dimana terbagi melalui dua bagian fungsi: perakitan dan pemolesan. Untuk bagian perakitan tersedia 60 jam kerja, pemolesan 48 jam kerja. Dimana guna menghasilkan 1 meja diperlukan 4 jam kerja perakitan, serta 2 jam kerja pemolesan, sedangkan utk menghasilkan 1 kursi diperlukan 2 jam kerja perakitan serta dan 4 jam kerja pemolesan.

Keuntungan dari setiap meja dan kursi yang dihasilkan ialah Rp. 80.000 dan Rp. 60.000,- Berapa jumlah meja dan kursi yang optimal dihasilkan?

Penyelesaian :

Tabel 2.2 Perumusan persoalan dlm bentuk table kasus 1

Proses	Waktu yang dibutuhkan per unit		Total jam tersedia
	Meja	Kursi	
Perakitan	4	2	60
Pemolesan	2	4	48
Laba/Unit	80.000	60.000	

a. Perumusan persoalan dlm bentuk matematika:

Maks.: Laba = 8 M + 6 K (dlm satuan Rp.10. 000)

Dengan kendala:

$$4M + 2K \leq 60$$
$$2M + 4K \leq 48$$
$$M \geq 0$$
$$K \geq 0$$

b. Definisi variabel keputusan:

Keputusan yang akan diambil adalah berapakah jumlah meja dan kursi yang akan dihasilkan. Jika meja disimbolkan dgn M dan kursi dengan K, maka definisi variabel keputusan:

M = jumlah meja yang akan dihasilkan (dlm satuan unit)

K = jumlah kursi yang akan dihasilkan (dlm satuan unit)

c. Perumusan fungsi tujuan:

Laba utk setiap meja dan kursi yang dihasilkan masing-masing Rp. 80.000 dan Rp. 60.000. Tujuan perusahaan adalah untuk memaksimumkan laba dari sejumlah meja dan kursi yang dihasilkan. Dengan demikian, fungsi tujuan dpt ditulis:

Maks.: Laba = 8 M + 6 K (dlm satuan Rp.10. 000)

d. Kendala pada proses perakitan:

   Utk menghasilkan 1 buah meja diperlukan waktu 4 jam dan untuk menghasilkan 1 buah kursi diperlukan waktu 2 jam pada proses perakitan. Waktu yang tersedia adalah 60 jam.

   $4M + 2K \leq 60$

e. Kendala pada proses pemolesan:

   Untuk menghasilkan 1 buah meja diperlukan waktu 2 jam dan untuk menghasilkan 1 buah kursi diperlukan waktu 4 jam pada proses pemolesan. Waktu yang tersedia adalah 48 jam.

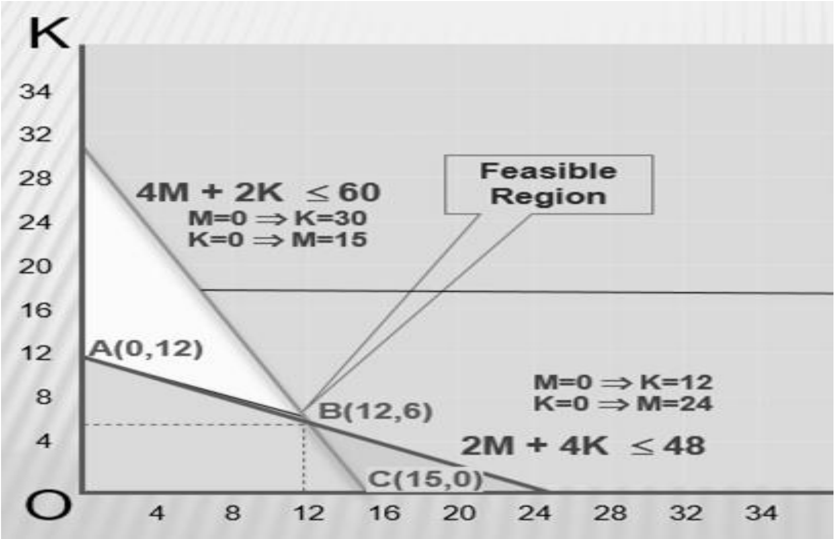
   $2M + 4K \leq 48$

f. Kendala non-negatif:

   Meja dan kursi yang dihasilkan tidak memiliki nilai negative.

   $M \geq 0$

   $K \geq 0$



Gambar 1. Hasil Linier Programming soal 1

Laba = 8M + 6K

Gambar 2.1 Hasil penyelesaian dengan Linier Programming

Pada A: M = 0, K = 12
Laba = 6 (12) = 72
Pada B: M = 12, K = 6
Laba = 8(12) + 6(6) = 132
Pada C: M = 15, K = 0
Laba = 8 (15) = 120
Keputusan:
M = 12 dan K = 6
Laba yang diperoleh = 132.000

Contoh Kasus 2 : (Maswarni et.al, 2019).

2. Perusahaan geulis fashion dengan jenis produk sepatu dan sandal. Jika produk sepati dan sandal terjual didapat keuntungan $10 tiap pasang sepatu dan $8, tiap sepasang sandal Dalam meraih keuntungan tersebut geulis fashion menghadapi kendala keterbatasan jam kerja. Untuk pengguntingan sepasang sepatu dia memerlukan 8 menit kerja. Untuk pengguntingan sepasang sandal dia membutuhkan 6 menit kerja. Untuk proses penghalusan sepasang sepatu dibutuhkan 4 menit kerja, dan untuk proses penghalusan sepasang sandal dibutuhkan 2 menit kerja. Terdapat waktu untuk proses pengguntingan sepatu dan adalah 480 menit per minggu sedangkan waktu kerja untuk proses lem adalah 200 menit per minggu. Tentukanlah banyaknya sepatu dan sandal harus di diproduksi untuk hasil optimum atau laba yang setinggi tingginya.

   Langkah 1 (Formulasi model matematika) berdasarkan permasalahan diatas maka terlebih dahulu kita harus memformulasikan permasalahan linear programming tersebut kedalam model matematika, seperti pada tabel 3 dibawah ini.

Tabel 2.3 Perumusan persoalan dlm bentuk table kasus 2

Pekerjaan	Jam kerja proses/ unit		Total Waktu/Menit
	Sepatu	Sandal	
Pengunting	8	6	480
Penghapusan	4	2	200
Profit per Unit	10	8	

Tujuan proses produk adalah membuat sepatu dan sandal, maka untuk memaksimumkan keuntungan atau laba , Geulis fashion harus memastikan berapa formulasi sepatu dan sandal yang harus di buat. Maka pada soal ini yang merupakan variabel keputusan adalah sepatu (X1) dan sandal (X2). Dan selanjutnya merumuskannya:

a. Fungsi Tujuan

   Perusahaan tentu bertujuan untuk mendapatkan keuntungan yang maksimum, sehingga kita dapat menuliskan fungsi tujuan sebagai berikut : Z = ($ 10 x Sepatu yang di produksi + ($ 8 x sandal yang di produksi) Model matematikanya adalah: Maksimisasi Z = $10X1 + $8X2.

b. Fungsi kendala

   Kendala pertama adalah waktu yang ada pada bagian pengguntingan Total waktu yang diperlukan untuk pengguntingan X1 (sepatu) dibutuhkan waktu 8menit kerja dan untuk pengguntingan X2 (sandal) diperlukan waktu 6 menit, dimana untuk proses pengguntingan satu pasang sepatu dan satu pasang sandal waktu tersedia kurang dari 240 menit ya itu: Fungsi kendala I : 8 X1 + 6 X2 ≤ 480 (fungsi kedala Pengguntingan) Sama halnya pada fungsi pertama maka pada fungsi kendala kedua dalam proses penghalusan X1 (sepatu) butuh 4 menit pengerjaan dan 2 menit proses penghalusan X2 (sandal) dan diketahui untuk pengeleman satu unit sepatu dan sandal waktu yang tersedia adalah kurang dari 200 menit di rumuskan. Fungsi kendala II : $4X1 + 2\ X2 \leq 200$ (Fungsi kendala proses penghalusan) Syarat dalam program linier adalah dalam berproduksi X1 dan X2 tidak ada jumlah negatif. Artinya bahwa $X1 \geq 0$ (jumlah sepatu yang diproduksi adalah lebih besar atau sama dengan nol) $X2 \geq 0$ (jumlah sandal yang diproduksi adalah lebih besar atau sama dengan nol)dirumuskan:. $X1 \geq 0$ (kendala non negatif pertama) $X2 \geq 0$ (kendala non negatif kedua).

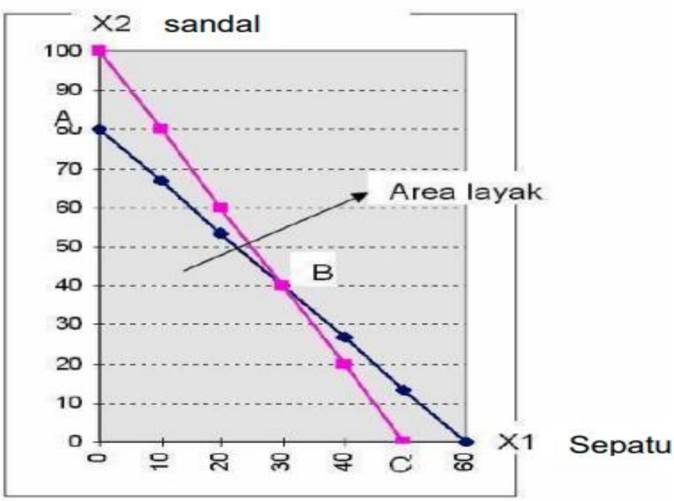
Langkah 2. (Pembuatan Fungsi Kendala kedalam Grafik) Dalam menggambarkan fungsi ke dalam grafik, seperti yang sudah dipelajari sebelumnya adalah menentukan titik potong garis pada sumbu X dan sumbu Y. Suatu garis akan memotong salah satu sumbu apabila nilai variabel yang lain sama dengan nol. Dengan demikian kendala pertama akan memotong X1, pada saat $X2 = 0$, demikian juga kendala ini akan memotong X2, pada saat $X1 = 0$, dapat ditentukan seperti di bawah ini: Kendala I: $8X1 + 6\ X2 = 480$.

Tabel 2.4 Sumbu X2 (0, 80). Kendala II: $4\ X1 + 2\ X2 = 200$

$8X_1 + 6X_2 = 480$		
X_1	0	60
X_2	80	0

Tabel 2.5 Didapatkan titik untuk fungsi kendala II : (0,100) dan (50,0)

$4X_1 + 2X_2 = 200$		
X_1	0	50
X_2	100	0



Gambar 2.2 Grafik 1 Contoh Kasus 2 LP Metode Grafik

Dari gambar dapat ditetapkan tiga titik koordinat yang layak yaitu titik ABC, maka semua titik di bidang arsiran ABC harus diketahui.yaitu

1) Titik A = (0,80)
2) Titik B = (?)
3) Titik C = (50,0)

Untuk titik potong kedua kendala yaitu titik B bisa dicari dengan Sistem persamaan linier metode substitusi (yaitu dengan mensubtitusikan persamaan dalam bentuk X atau Y dari salah satu persamaan atau fungsi ke dalam persamaan lainnya sebagai berikut:

Merubah fungsi dalam bentuk X (tidak ada konstanta di depan X2) (dalam kasus ini yaitu merubah posisi)

4 X1 + 2 X2 = 200 (sama sama dibagi 2)====== 2 X1 + X2 = 100

X2 = 100 - 2 X1 ,....... masukkan ke dalam fungsi berikut 8 X1 + 6 X2 = 480

Menjadi :

8 X1 + 6 (100 - 2 X1) = 480

8X1 + 600 - 12 X1 = 480
-4 X1 = 480 - 600
- 4 X1 = - 120
X1 = 30
Substitusikan nilai X1=30 ke dalam salah satu fungsi : 4 X1 + 12X2 = 200
4 (30) + 2X2 = 200
120 + 2X2 =200
2X2 = 200 -120
2X2 = 80
X2 = 40
Dari perhitungan diatas diketahui kedua persamaan berpotongan pada titik B yaitu (30, 40). Tanda ≤ pada kedua kendala artinya ada area sebelah kiri dari garis kendala. Seperti gambar2.4 di atas.
Titik A = (0; 80),
Titik B (30; 40),
Titik = C (50; 0).
Selanjutnya adalah mencari keuntungan maksimum dengan salah satu cara adalah dengan menentukan dari titik sudut yang memungkinkan. Menentukan keuntungan dengan melihat titik sudut (corner point) yaitu dengan mencari nilai atau jumlah tertinggi dari beberapa nilai yang mungkin pada area layak (feasible region). Dari grafik 2.4, dapat dilihat bahwa ada 3 titik yang merupakan area layak: (A.B dan C) yaitu:
A (0, 80),
B (30, 40),
C (50, 0)
Lalu mensubsitusikan masing masing nilai tersebut fungsi tujuan:
Z =10X1 +8X2.
Nilai A (0; 80) yaitu (10 X 0) + (8 X 80) = 640.

Nilai B (30; 40) yaitu (10 X 30) + (8 X 40) = 620
Yang merupakan Keuntungan maksimum.
Nilai C (50; 0) yaitu (10 X 50) + (8 X 0) = 500.
Dari hasil diatas didapat hasil paling tinggi adalah pada titik B, Sehingga dapat disimpulkan Geulis fhasion harus memproduksi sepatu sebanyak 30 pasang dan sandal sebanyak 40 pasang, agar geuls fhasion memperoleh kentungan maksimal sebesar 620.

Bab 3. Perencanaan Agregat

3.1 Definisi Perencanaan Agregat

Perencanaan pada produksi diperlukan oleh bagian manajemen produksi sebagai upaya untuk mendapatkan gambaran yang terbaik dalam memenuhi permintaan akan suatu barang dengan memperhatikan tingkat dan kapasitas produksi, ketersediaan tenaga kerja, persediaan bahan baku, waktu lembur, sub kontrak dan seluruh variabel yang dapat dikendalikan (Heizer et.al, 2020).

Agregat dimaknai sebagai suatu perencanaan yang dibuat berdasarkan ramalan secara menyeluruh (total seluruh produk) yang dihasilkan tanpa memperhatikan variasi, bentuk, warna dari suatu produk. Misalnya: Pabrik minuman jus buah, perencanaan agregat dari pabrik tersebut adalah berapa liter minuman jus buah yang akan diproduksi tanpa memperhatikan kemasan dan rasa.

Perencanaan agregat didefinisikan sebagai suatu upaya memenuhi ramalan permintaan dengan membuat rencana produksi jangka menengah dengan rentang waktu 2 hingga 12 bulan, namun beberapa perusahaan memperpanjang hingga 18 bulan (W.J Stevenson, 2018) yang mencakup tingkat kebutuhan barang jadi berdasarkan level struktur produk, atau tingkat produksi, persediaan, dan perubahan kebutuhan tenaga kerja (J. Heizer et. Al (2020).

Definisi lain diungkapkan oleh Kumar dan Suresh, Perencanaan agregat merupakan perencanaan jangka menengah yang terdiri dari proses perencanaan kuantitas dan waktu output dalam waktu 3-12 bulan, dimana diasumsikan perbaikan fisik dari perencanaan diperbaiki pada bulan ke-10. Oleh karena itu, fluktuasi permintaan dapat dipenuhi dengan melakukan variasi tenaga kerja dan persediaan sehingga mendapatkan kombinasi yang efisien dalam meminimalkan biaya produksi (S. A. Kumar et.al, 2008).

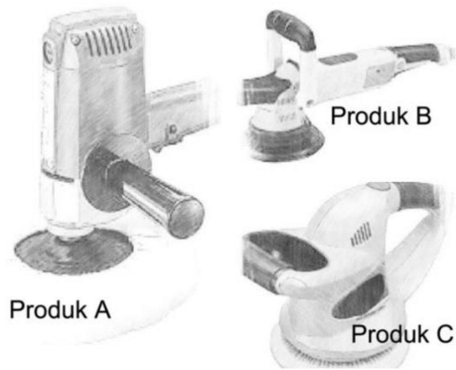
Dengan demikian dapat diambil kesimpulan, perencanaan agregat adalah perencanaan kegiatan operasional dengan memberikan tingkat output dalam rentang waktu 3 - 18 bulan dimana permintaan yang bersifat fluktuatif dengan memaksimalkan ketersediaan fasilitas dan sumber daya untuk meminimalisasi total biaya produksi.

Perusahaan yang mengalami fluktuasi permintaan atau kapasitas secara musiman akan sangat terbantu dengan adanya perencanaan agregat ini. Dengan adanya perencanaan agregat, perusahaan dapat merencanakan produksi secara efektif dalam memanfaatkan sumber daya yang ada di dalam perusahaan untuk memenuhi permintaan yang diharapkan (W. J. Stevenson, 2018).

Perencana produksi dapat membuat keputusan mengenai output, perubahan pekerjaan, inventaris barang, pemesanan kembali, serta subkontrak dalam memenuhi kebutuhan permintaan melalui perencanaan agregat.

Contoh Kasus:

Manager perencanaan dan produksi pada perusahaan Mesin Poles Mobil sedang membuat perencanaan permintaan dengan menyesuaikan tingkat produksi, tingkat tenaga kerja, tingkat persediaan, lembur dan sub kontrak. Dimana perusahaan ini memiliki 3 jenis produk antara lain:



Gambar 3.1 Model Mesin Poles Mobil

Produk A, B dan C yang terdapat pada gambar 3 memiliki model dan spesifikasi yang berbeda, namun dalam melakukan perencanaan, hal tersebut dapat dilihat secara agregat yang dikategorikan dalam *family* mesin poles mobil.

Pada perencanaan agregat untuk mesin poles mobil, perencana memberikan informasi berapa banyak mesin poles mobil yang harus dibuat bukan berapa banyak Produk A, Produk B atau Produk C, seperti yang terdapat pada tabel 3.1 dibawah ini.

Tabel 3.1 Kebutuhan Mesin Poles Mobil

Triwulan 1			Triwulan 2			Triwulan 3		
Jan	Feb	Mar	Apr	Mei	Jun	Jul	Ags	Sep
1700	1400	1300	1200	1500	1700	2100	1700	1600

Dalam lingkungan manufaktur, rencana agregat yang terdapat pada tabel 6 akan diproses lebih detail per item komponen melalui *disagregasi.* Dimana disagregasi menghasilkan jadwal induk yang akan memberikan masukan terhadap Perencanaan Kebutuhan Material atau *Material Requirement Planning* (MRP) (J. Heizer et. al, 2020).

Perencanaan agregat dapat diperbaharui secara berkala, dengan melakukan evaluasi terhadap fluktuasi permintaan dan ketersediaan variabel yang dapat dikontrol sehingga menghasilkan perencanaan yang mencakup 12 hingga 18 bulan ke depan (W. J. Stevenson, 2018).

3.2 Fungsi dan Tujuan Perencanaan Agregat

Pada umumnya fungsi dan tujuan perencanaan agregat adalah meminimalisasi biaya pada periode perencanaan.

1. Fungsi Perencanaan Agregat

   Adapun fungsi dibuatnya suatu perencanaan agregat, yaitu:

a. Sebagai *input* penyusunan dan pelaksanaan jadwal induk produksi.
b. Sebagai perencanaan sumber daya serta variabel lain yang dapat dikontrol dalam membuat proses perencanaan produksi sehingga konsisten terhadap rencana strategis perusahaan.
c. Menjamin stabilisasi kemampuan produksi, tenaga kerja dan variabel lainnya terhadap fluktuasi permintaan.
d. Sebagai alat monitor produk aktual terhadap rencana produksi dengan membuat penyesuaian rencana secara berkala sesuai untuk pencapaian target produksi.

2. Tujuan Perencanaan Agregat

   Perencanaan agregat bertujuan untuk:

a. Langkah awal dalam menentukan aktifitas produksi dengan menggunakan metode yang tepat sebagai strategi perusahaan sehingga dapat meredam fluktuasi permintaan dalam jangka waktu tertentu (3-18 bulan).
b. Dapat mengembangkan perencanaan produksi secara menyeluruh agar tercapai keseimbangan antara permintaan dan suplai dengan memperhatikan tingkat persediaan, tingkat tenaga kerja dan variabel-variabel yang dapat dikendalikan untuk meminimalisasi biaya produksi
c. Sebagai masukan kepada perencanaan sumber daya dalam mendukung proses produksi

3.3 Input dan Output Perencanaan Agregat

Perencanaan agregat yang efektif membutuhkan informasi yang tepat dan akurat yang berkaitan dengan sumber daya serta variabel-variabel yang dapat dikendalikan pada proses produksi.

Adapun *input* dan *output* pada perencanaan agregat adalah sebagai berikut (W. J. Stevenson, 2018).

Tabel 3.2 *Input* dan *Output* Perencanaan Agregat

Input	*Output*
Sumber Daya - Tingkat tenaga kerja/ Tingkat Produksi - Fasilitas dan Peralatan Peramalan Permintaan Kebijakan Perubahan Tenaga Kerja Subkontrak Lembur Tingkat Persediaan/ Perubahan Pemesanan Biaya-Biaya - Biaya Persediaan - Biaya Rekrut/Pemecatan - Lembur - Subkontrak - *Inventory changes*	Biaya Total Perencanaan Tingkat Proyeksi - Persediaan - Produk - Tenaga Kerja - Subkontrak - *Backordering*

Sumber: *Operation Management* (W. J. Stevenson, 2018)

Pada tabel 7 sumber daya yang tersedia selama periode perencanaan yaitu 3-18 bulan (jangka menengah), perkiraan permintaan menjadi patokan berapa banyak produk yang diharapkan tersedia dimana dengan mempertimbangkan perubahan kebijakan-kebijakan pada tingkat tenaga kerja seperti keterkaitan dengan kebijakan rekrutasi dan atau upaya terakhir yang dilakukan perusahaan yaitu PHK apabila kondisi sangat mendesak.

3.4 Strategi Perencanaan Agregat

Strategi perencanaan agregat dapat berkaitan dengan permintaan dan atau kapasitas. Perencanaan agregat dilakukan untuk mengatasi permintaan produk dan jadwal terperinci, fasilatas dan peralatan serta tenaga kerja (H. Rusdiana, 2014).

Pada saat pembuatan rencana agregat ada beberapa pertimbangan yang dapat mendukung atau mengubah dari strategi perencanaan yang perlu dijawab oleh manager produksi, antara lain (J. Heizer et. al, 2020) :

1. Persediaan, apakah persediaan dapat digunakan untuk menahan arus permintaan yang fluktuatif?
2. Tingkat Tenaga Kerja, dengan adanya permintaan yang fluktuatif dapatkah dibuat strategi dengan melakukan variasi tingkat tenaga kerja? Atau dapat menggunakan jam lembur ?
3. Subkontrak, perlukan dilakukan subkontrak dalam kondisi permintaan yang fluktuatif untuk menjaga kesatabilan tingkat tenaga kerja?
4. Adakah variabel-variabel lain seperti harga yang dapat diubah sehingga dapat mempengaruhi permintaan?

Jawaban dari pertanyaan-pertanyaan tersebut dapat berkaitan dengan strategi perencanaan agregat.

Strategi perencanaan agregat dapat disusun berdasarkan Kapasitas / *capacity options*, Permintaan / *Demand Options* dan kombinasi dari keduanya /*mixing option* (J. Heizer et. al, 2020), (R.S. Russell et. al, 2011).

3.5 Kapasitas (*Capacity Options)*

Perencanaan agregat digunakan untuk mengevaluasi sumber kapasitas alternatif untuk menemukan strategi ekonomi dalam memenuhi permintaan yang fluktuatif (R.S. Russell et. al, 2011). Sebuah perusahaan dapat memilih strategi berdasarkan kapasitas atau *capacity options*, dengan berbagai alternatif antara lain (J. Heizer et. al, 2020), (R.S. Russell et. al, 2011) :

1. Mengubah Tingkat Persediaan
   Alternatif strategi ini dilakukan ketika terdapat periode permintaan yang rendah, sehingga terjadi persediaan yang dapat disimpan untuk memenuhi permintaan tinggi di periode mendatang. Biaya yang akan muncul terkait terjadinya penyimpanan/inventory adalah biaya penanganan, asuransi, kerusakan, pencurian serta adanya modal yang tertahan dalam bentuk investasi.
2. Variasi Ukuran Pekerja Karena Adanya Pemutusan Hubungan Kerja dan Perekrutan
   Untuk mencocokan tingkat permintaan yang fluktuatif terhadap tingkat produksi, manager produksi dapat menggunakan alternatif variasi ukuran pekerja dengan kebijakan rekrut dan Pemutusan Hubungan Kerja (PHK). Sehingga biaya yang muncul antara lain biaya rekrutasi, pelatihan, biaya PHK (sesuai dengan kebijakan pemerintah dan perusahaan).
3. Variasi Tingkat Produksi melalui Waktu Lembur atau Menganggur
   Pada strategi alternatif ini, manager produksi dapat mempertahankan ukuran tenaga kerja secara konstan dengan melakukan variasi jam kerja. Biaya yang muncul antara lain biaya overhead akibat adanya jam lembur dari tenaga kerja.

a. Sub Kontrak
   Strategi Subkontrak dipilih oleh perusahaan ketika perusahaan mendapatkan besaran kapasitas yang diperoleh sementara sehingga pada periode permintaan tinggi, pekerjaan dapat dilakukan subkontrak. Namun, resiko dengan adanya subkontrak antara lain biaya akan bertambah menjadi

lebih mahal, perusahaan yang ditunjuk sebagai subkontrak dapat menjadi pesaing di masa yang akan datang, dan dapat menjadi tantangan tersendiri untuk "merangkul" dan mengembangkan perusahaan subkontrak sebagai pemasok ketika periode permintaan tinggi.

b. Menggunakan Pekerja Paruh Waktu
   Strategi penggunaan pekerjaan paruh waktu biasanya dipilih pada perusahaan yang bergerak pada sektor jasa untuk mengisi kebutuhan tenaga kerja di periode atau waktu waktu jam sibuk, misalnya pada restoran, supermarket, dan ritel.

3.6 Permintaan *(Demand Options)*

Perencanaan agregat meliputi strategi pengelolaan permintaan, antara lain (J. Heizer et. al, 2020), (R.S. Russell et. al, 2011) :

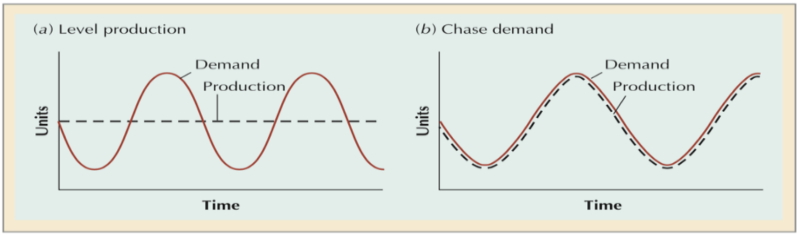
1. Mempengaruhi Permintaan, pada saat permintaan rendah perusahaan dapat menawarkan produk melalui promosi penjualan, iklan, pemotongan harga, paket *bundling* dan sebagainya.
2. *Backordering, backorders* adalah pesanan barang yang diterima oleh perusahaan namun belum dapat dipenuhi. yang dilakukan selama permintaan tinggi. Hal ini terjadi akibat adanya akumulasi permintaan yang tinggi yang mengakibatkan *backlog* dan akan berkurang pada periode permintaan rendah. *Backordering* dapat dilakukan pada perusahaan dengan sistem *make to stock* seingga diberikan opsi untuk melakukan pemesanan kembali. Strategi-strategi diatas dapat menghasilkan perencanaan agregat yang efektif. Ketika salah satu alternatif dipilih maka perusahaan dikatakan memiliki *pure strategy*/strategi murni, sedangkan beberapa perusahaan yang melakukan kombinasi dari dua strategi (kapasitas dan *demand*) dengan harapan

mendapatkan hasil yang lebih efektif lagi disebut dengan *mixed Strategy/Mixing Option.*

3.7 *Mixed Strategy/Mixing Option*

Strategi perencanaan dengan melakukan kombinasi dari kapasitas dan *demand* atau disebut *mixed strategy* terbagi menjadi dua yaitu:

1. *Level Strategy,* (atau *Level Production*) adalah perencanaan agregat dimana produksi dilakukan secara konstan dari periode ke periode. Hal ini ditunjukan dengan menetapkan jumlah produksi pada tingkat tetap (mengacu pada permintaan rata-rata) dan menggunakan persediaan untuk memenuhi kebutuhan variasi permintaan Gambar 4 dibawah ini.
2. *Chase Strategy/Chase Demand*,adalah suatu strategi dengan dengan menetapkan rencana produksi dengan perkiraan permintaan dan melakukan variasi tingkat pekerja pada periode tertentu (variasi: rekrut dan PHK).



Gambar 3.2 Strategi Untuk Memenuhi Permintaan (R. S. Russell et. al, 2011)

3.8 Teknik Kuantitatif untuk Pereencanaan Agregat

Strategi yang efektif bergantung pada permintaan, posisi kompetitif, dan struktur biaya perusahaan/lini produk (R.S. Russel et. al, 2011). Adapun teknik kuantitatif yang dibutuhkan dalam membuat keputusaan perencanaan agregat dengan *pure strategy* dan *mixed strategy*, sebagai berikut:

Contoh Kasus *Pure Strategy:*

PT. SegerLaras memproduksi berbagai macam minuman sari buah. Pada periode tertentu menunjukkan pola permintaan musiman dengan perkiraan permintaan dan biaya-biaya sebagai tabel 3.3 berikut:

Tabel 3.3 Permintaan triwulan

Triwulan	Permintaan (unit)
I	90.000
II	60.000
III	130.000
IV	160.000

Biaya rekrut : Rp. 100.000/orang
Biaya PHK : Rp. 500.000/orang
Biaya simpan : Rp. 50/liter
Biaya produksi per liter : Rp. 200
Produksi /karyawan : Rp. 1.000 liter/triwulan
Tenaga kerja awal : 100 karyawan

Solusi :

1. Untuk menentukan *Level Strategy* pada lantai produksi, lakukan dengan menghitung rata-rata permintaan selama 4 periode:

$$\frac{(90.000 + 60.000 + 130.000 + 160.000)}{4} = \frac{440.000}{4} = 110.000$$

Rata-rata permintaan yang dihasilkan adalah 110.000 liter per triwulan. Dengan jumlah karyawan sebanyak 100 orang diharapkan mampu menenuhi kebutuhan produksi sebanyak 100.000 liter. Apabila produksi melebihi permintaan pada periode tertentu akan dilakukan penyimpanan untuk memenuhi periode berikutnya apabila permintaan tinggi. Rencana produksi dan biaya persediaan yang dihasilkan adalah diperlihatkan pada tabel 8 sebagai berikut.

Tabel 3.4 Rencana produksi dan biaya persediaan

Triwulan	Permintaan (unit)	Produksi	Persediaan
I	90.000	110.000	110.000 - 90.000 = 20.000
II	60.000	110.000	20.000 +110.000 - 60.000 =70.000
III	130.000	110.000	70.000 + 110.000 - 130.000 = 50.000
IV	160.000	110.000	50.000 + 110.000 - 160.000 = 0
Total	**440.000**	**440.000**	**140.000**

Total Biaya = (440.000 x Rp. 200) + (140.000 x Rp.50)
(Level Strategy) = Rp. 95.000.000

---

2. Untuk memenuhi permintaan produksi disetiap triwulan, dilakukan strategi variasi tingkat pekerja dengan melakukan rekrutasi dan pemecatan. Karena rata-rata produksi sebanyak 110.00 liter per triwulan dengan rata-rata produksi per karyawan 1.000 liter, maka perhitunganya diperlihatkan pada tabel 9 sebagai berikut.

Tabel 3.5 Strategi variasi tingkat pekerja

Triwulan	Permintaan (unit)	Produksi	Kebutuhan Tenaga Kerja	Rekrut	PHK
I	90.000	90.000	90.000/1000 = 90		100-90 = 10
II	60.000	60.000	60.000/1000 = 60		90-60 = 30
III	130.000	130.000	130.000/1000 = 130	130-60 = 70	
IV	160.000	160.000	160.000/1000 = 160	160 - 130 = 30	
Total	**440.000**	**440.000**		**100**	**40**

= (440.000 x Rp. 200) + (100 x Rp.100.000)+ (40x Rp. 500.000)
= Rp. 118.000.000
= (440.000 x Rp. 200) + (100 x Rp.100.000)+ (40x Rp. 500.000)

= Rp. 118.000.000

Total Biaya *(Chase Demand Strategy)*	

Dengan membandingkan kedua strategi diatas, kita dapat menemukan strategi yang terbaik bagi perusahaan.

3.9 Rangkuman

1. Perencanaan agregat adalah perencanaan kegiatan operasional dengan memberikan tingkat output dalam rentang waktu 3 - 18 bulan dimana permintaan yang bersifat fluktuatif dengan memaksimalkan ketersediaan fasilitas dan sumber daya untuk meminimalisasi total biaya produksi.
2. Fungsi perencanaan agregat, yaitu (a) Sebagai *input* penyusunan dan pelaksanaan jadwal induk produksi; (b) Sebagai perencanaan sumber daya dalam membuat proses perencanaan produksi sehingga konsisten terhadap rencana strategis perusahaan; (c) Menjamin stabilisasi kemampuan produksi, tenaga kerja dan variabel lainnya terhadap fluktuasi permintaan dan (d) Sebagai alat monitor produk aktual terhadap rencana produksi dengan membuat penyesuaian rencana secara berkala sesuai untuk pencapaian target produksi.
3. Perencanaan agregat bertujuan untuk: (a) Langkah awal dalam menentukan aktifitas produksi dengan menggunakan metode yang tepat sebagai strategi perusahaan; (b) Dapat mengembangkan perencanaan produksi secara menyeluruh agar tercapai keseimbangan dan (c) Sebagai masukan kepada perencanaan sumber daya dalam mendukung proses produksi.
4. Strategi Perencanaan Produksi terbagi atas *capacity options, demand options* dan *mixing option.*

Bab 4. Post Optimal

4.1 Teori Post Optimal

Post Optimal atau lebih dikenal dengan analisis pasca optimal merupakan bagian yang utama dan sangat penting dari sebagian besar studi dalam riset operasi. Fakta menunjukkan bahwa analisis pasca optimal sangat penting untuk aplikasi pemrograman linier.

Tabel 4.1 menunjukkan langkah-langkah dalam analisis pasca optimal untuk studi program linier. Kolom paling kanan mengidentifikasi beberapa teknik algoritmik yang melibatkan metode simpleks. Teknik-teknik ini diperkenalkan secara singkat di sini dengan rincian teknis ditangguhkan ke bab-bab selanjutnya (Hillier & Lieberman, 2015).

Tabel 4.1 Analisis Pasca optimal untuk Pemrograman Linier

Tugas	Tujuan	Teknik
Model *Debugging*	Menemukan kesalahan dan kelemahan model	Optimasi ulang
Memvalidasi Model	Mendemonstrasikan validitas model akhir	
Keputusan manajerial final pada alokasi sumber daya	Membuat pembagian organisasi yang sesuai sumber daya antara kegiatan yang sedang dipelajari dan kegiatan penting lainnya.	*Shadow Price*

Mengevaluasi perkiraan parameter model	Tentukan perkiraan penting yang dapat mempengaruhi solusi optimal untuk studi lebih lanjut	Sensitivity Analysis
Mengevaluasi *trade-off* antar model parameter	Tentukan *trade-off* terbaik	Pemrograman Linier Parametrik

4.2 Optimisasi Ulang (*Reoptimization*)

Model pemrograman linier yang muncul dalam praktik umumnya berukuran sangat besar, dengan ratusan, ribuan, atau bahkan jutaan kendala fungsional dan variabel keputusan. Dalam kasus seperti itu, banyak variasi model dasar mungkin menarik untuk mempertimbangkan skenario yang berbeda. Oleh karena itu, setelah menemukan solusi optimal untuk satu versi model program linier, kita sering kali harus menyelesaikannya lagi (seringkali berkali-kali) untuk solusi versi model yang sedikit berbeda. Hal itu hampir selalu harus diselesaikan lagi beberapa kali selama tahap debugging model, dan biasanya harus dilakukan berkali-kali selama tahap selanjutnya dari analisis postoptimalitas juga. Salah satu pendekatannya adalah dengan menerapkan kembali metode simpleks dari awal untuk setiap versi model baru, meskipun setiap proses mungkin memerlukan ratusan atau bahkan ribuan iterasi untuk masalah besar (Bhunia, Sahoo, & Shaikh, 2019). Namun, pendekatan yang jauh lebih efisien adalah untuk mengoptimalkan kembali. Pengoptimalan ulang (*reoptimization*) melibatkan deduksi bagaimana perubahan dalam model dibawa ke tablo (*tableau*) simpleks final. Tablo yang direvisi ini dan solusi optimal untuk model sebelumnya kemudian digunakan sebagai tablo awal dan solusi dasar awal untuk memecahkan model baru. Jika solusi ini layak untuk model baru, maka metode simpleks diterapkan dengan cara biasa, dimulai dari solusi BF (*Basic Feasible*) awal. Jika solusinya tidak layak, algoritma terkait disebut metode simpleks ganda (*dual simplex method*) mungkin dapat diterapkan untuk menemukan solusi optimal baru, mulai dari solusi dasar awal (*initial basic solution*) (Taha, 2017).

1. Harga Bayangan (*Shadow Price*)

   Masalah Pemrograman Linier sering dapat diartikan sebagai pengalokasian sumber daya pada suatu aktivitas. Secara khusus, ketika kendala fungsional dalam bentuk kurang dari sama dengan (≤), lalu b_i (ruas kanan) sebagai jumlah masing-masing sumber daya yang tersedia untuk aktivitas yang sedang dipertimbangkan. Dalam banyak kasus, mungkin ada beberapa keleluasaan dalam jumlah yang akan disediakan. Jika demikian, nilai b_i yang digunakan dalam model awal yang telah tervalidasi sebenarnya dapat mewakili keputusan awal tentative tentang seberapa banyak sumber daya organisasi akan disediakan untuk aktivitas yang dipertimbangkan dalam model daripada untuk aktivitas penting lainnya di bawah lingkup manajemen. Dari perspektif yang lebih luas ini, beberapa nilai b_i dapat ditingkatkan dalam model yang direvisi, tetapi hanya jika kasus yang cukup kuat dapat dibuat untuk manajemen bahwa revisi ini akan bermanfaat (Bazaraa, Jarvis, & Sherali, 2009). Akibatnya, informasi tentang kontribusi ekonomi sumber daya untuk ukuran kinerja (Z) untuk studi saat ini sering akan sangat berguna. Metode simpleks memberikan informasi ini dalam bentuk harga bayangan untuk sumber daya masing-masing. Harga bayangan untuk sumber daya *i* (dinotasikan dalam y_{i^*}) mengukur nilai marjinal dari sumber daya tersebut, yaitu, tingkat dimana Z dapat ditingkatkan sedikit dengan meningkatkan jumlah sumber daya (b_i) yang tersedia. Metode simpleks mengidentifikasi harga bayangan ini dengan y_i^* = koefisien dari variabel slack ke-i di baris ke 0 dari tablo simpleks akhir. Sebagai ilustrasi, kita ambil contoh masalah Wyndor Glass, Co.

Tabel 4.2 Data untuk Wyndor Glass Co.

Pabrik	Waktu Produksi per Batch (Jam)		Ketersediaan Waktu Produksi per Minggu (Jam)
	Produk		
	1	2	
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	18
Keuntungan per batch	\$3000	\$5000	

Sumber daya i = kapasitas produksi pada Pabrik i (i = 1, 2, 3) tersedia untuk dua produk baru yang sedang dipertimbangkan,
b_i = jam waktu produksi per minggu tersedia di Pabrik i untuk produk baru.
Menyediakan sejumlah besar waktu produksi untuk produk baru akan memerlukan penyesuaian jumlah waktu produksi yang masih tersedia untuk produk saat ini, jadi memilih nilai b_i adalah keputusan manajerial yang sulit. Keputusan awal tentatif adalah :

$b_1 = 4$, $b_2 = 12$, $b_3 = 18$

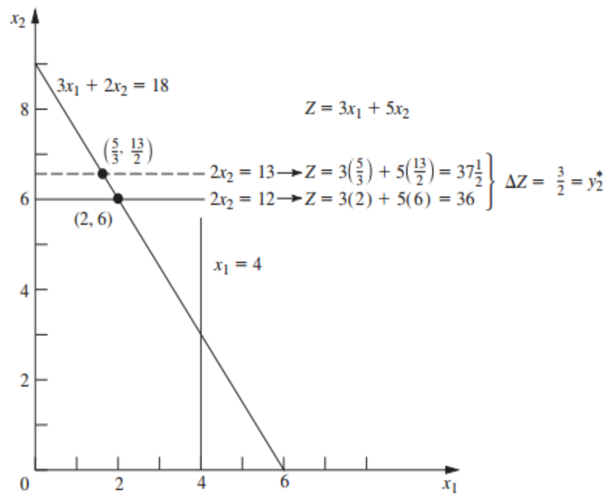
sebagaimana tercermin dalam model dasar. Namun, manajemen sekarang ingin mengevaluasi efek dari mengubah salah satu nilai b_i.
Harga bayangan untuk ketiga sumber daya ini hanya memberikan informasi yang dibutuhkan manajemen. Tablo akhir menghasilkan nilai harga bayangan sebagai berikut
$y_i^* = 0 =$ *shadow price* untuk sumber daya 1.

$y_2^* = \frac{3}{2} =$ *shadow price* untuk sumber daya 2.
$y_3^* = 1 =$ *shadow price* untuk sumber daya 3.
Dengan hanya dua variabel keputusan, angka-angka ini dapat diverifikasi dengan memeriksa secara grafis bahwa peningkatan satu per satu b_i sebanyak 1 memang akan meningkatkan nilai optimal Z oleh y_i*. Misalnya, Gambar 4.1 menunjukkan peningkatan ini untuk sumber daya 2 dengan menerapkan kembali metode grafis. Solusi optimal, (2, 6) dengan Z = 36, berubah menjadi $\left(\frac{5}{3}, \frac{13}{2}\right)$ dengan Z = 37 $\frac{1}{2}$ ketika b_2 dinaikkan 1 (dari 12 menjadi 13), sehingga

$$y_2^* = \Delta Z = 37\tfrac{1}{2} - 36 = \tfrac{3}{2}$$

Karena Z dinyatakan dalam laba ribuan dolar per minggu, $y_2^* = \frac{3}{2}$ menunjukkan bahwa menambahkan 1 jam lagi waktu produksi per minggu di Pabrik 2 untuk dua produk baru ini akan meningkatkan total laba mereka sebesar $1.500 per minggu. Haruskah hal tersebut perlu dilakukan? Itu tergantung pada profitabilitas marjinal dari produk lain yang saat ini menggunakan waktu produksi tersebut. Jika ada produk saat ini yang menyumbang kurang dari $1.500 laba mingguan per jam dari waktu produksi mingguan di Pabrik 2, maka beberapa pergeseran waktu produksi ke produk baru akan bermanfaat.
Gambar 4.1 menunjukkan bahwa $y_2^* = \frac{3}{2}$ adalah nilai dimana Z dapat ditingkatkan dengan cara meningkatkan sedikit nilai b_2. Namun, hal itu juga menunjukkan fenomena umum bahwa interpretasi ini hanya berlaku untuk peningkatan kecil pada b_2. Setelah b_2 ditingkatkan melebihi 18, solusi optimal tetap pada (0,9) dengan tanpa adanya peningkatan lebih lanjut pada Z. Pada saat itu, himpunan variabel dasar dalam solusi optimal

telah berubah, sehingga tablo simpleks akhir baru akan diperoleh dengan harga bayangan baru, termasuk y_2*=0.
Sekarang perhatikan pada Gambar 4.1, mengapa y_1*=0. Hal ini dikarenakan *constraint* pada sumber daya 1, $x_1 \leq 4$, adalah tidak mengikat pada solusi optimal, ada surplus dari sumber daya ini. Oleh karena itu, dengan meningkatkan nilai b_1 melebihi 4 tidak dapat menghasilkan solusi optimal baru dengan nilai yang lebih besar dari Z.



Gambar 4.1 Grafik yang menunjukkan shadow price dari Wyndor Glass Co.

Sebaliknya, *constraint* pada sumber daya 2 dan 3, $2x_2 \leq 12$ dan $3x_1 + 2x_2 \leq 18$, adalah *binding constraint* (kendala yang memegang kesetaraan pada solusi optimal). Karena terbatasnya pasokan sumber daya tersebut (b_2 = 12, b_3 = 18) mengikat Z agar tidak meningkat lebih lanjut, mereka memiliki harga bayangan positif. Para ekonom mengacu pada sumber daya seperti barang langka, sedangkan sumber daya yang tersedia dalam surplus (seperti sumber daya 1) adalah barang gratis (sumber daya dengan harga bayangan nol).

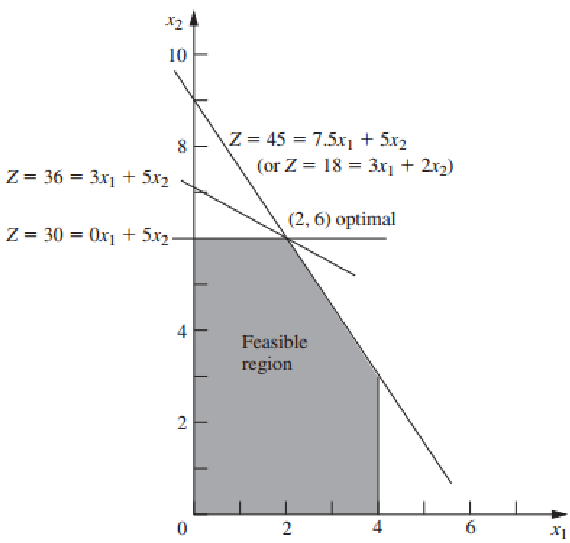
Jenis informasi yang diberikan oleh harga bayangan jelas berharga bagi manajemen ketika mempertimbangkan realokasi sumber daya dalam organisasi. Hal ini juga sangat membantu ketika peningkatan terjadi pada b_i dapat dicapai hanya dengan pergi ke luar organisasi untuk membeli lebih banyak sumber daya di pasar.

Misalnya, anggaplah Z mewakili laba dan bahwa keuntungan unit dari aktifitas (nilai c_j) termasuk biaya (dengan harga reguler) dari semua sumber daya yang dikonsumsi. Kemudian harga bayangan positif yi^* untuk sumber daya i berarti bahwa keuntungan total Z dapat ditingkatkan sebesar yi^* dengan membeli 1 unit lagi sumber daya ini dengan harga regulernya. Atau, jika harga premium harus dibayar untuk sumber daya di pasar, maka yi^* mewakili premi maksimum (kelebihan dari harga reguler) yang layak dibayar.

Landasan teoretis untuk harga bayangan disediakan oleh teori dualitas dijelaskan dalam Bab berikutnya.

2. Sensitivity Analysis

   Tujuan utama dari analisis sensitivitas adalah untuk mengidentifikasi parameter sensitif (yaitu, yang tidak dapat diubah tanpa mengubah solusi optimal). Parameter sensitif adalah parameter yang perlu diestimasi dengan perhatian khusus untuk meminimalkan risiko mendapatkan solusi optimal yang salah. Hal itu juga perlu dipantau secara ketat saat penelitian dilakukan. Jika ditemukan bahwa nilai sebenarnya dari parameter sensitif berbeda dari nilai estimasi dalam model, ini segera menandakan kebutuhan untuk mengubah solusi (Bradley, Hax, & Magnanti, 1977). Bagaimana parameter sensitif diidentifikasi? Dalam kasus b_i, hal ini dapat dilihat bahwa informasi ini diberikan oleh harga bayangan yang disediakan oleh metode simpleks. Khususnya, jika $y_i^*>0$, maka solusi optimal berubah jika b_i diubah, jadi b_i merupakan parameter sensitive. Namun, $y_i^*=0$ menyiratkan bahwa solusi optimal tidak sensitif terhadap setidaknya perubahan kecil dalam b_i. Akibatnya, jika nilai b_i yang digunakan adalah perkiraan jumlah sumber daya yang akan tersedia (bukan keputusan manajerial), maka nilai b_i yang perlu dipantau lebih dekat adalah yang memiliki harga bayangan positif, terutama yang memiliki harga bayangan besar. Ketika hanya ada dua variabel, sensitivitas berbagai parameter dapat dianalisis secara grafis. Misalnya, pada Gambar 4.2, $c1=3$ dapat diubah ke nilai lain dari 0 hingga 7,5 tanpa perubahan solusi optimal. Alasannya adalah bahwa apapun nilai c_1 dalam rentang ini menjaga kemiringan $Z=c_1x_1+5x_2$ antara kemiringan garis $2x_2=12$ dan $3x_1+2x_2=18$. Demikian pula, jika $c_2=5$ adalah satu-satunya parameter yang diubah, itu dapat memiliki nilai lebih besar dari 2 tanpa mempengaruhi solusi optimal. Oleh karena itu, baik c_1 maupun c_2 bukanlah parameter sensitif. Prosedur yang disebut Metode Grafis dan Analisis Sensitivitas memungkinkan Anda melakukan analisis grafis semacam inisangat efisien.



Gambar 4.2 Grafik analisis sensitivitas c_1 dan c_2 untuk masalah Wyndor Glass Co.

Cara termudah untuk menganalisis sensitivitas masing-masing parameter a_{ij} secara grafis adalah dengan memeriksa apakah kendala yang sesuai mengikat pada solusi optimal. Karena x1 ≤ 4 bukan kendala yang mengikat, setiap perubahan yang cukup kecil pada koefisiennya (a_{11}= 1, a_{12} = 0) tidak akan mengubah solusi optimal, jadi ini adalah parameter yang tidak sensitif. Di sisi lain, baik $2x_2 \leq 12$ dan $3x_1 + 2x_2 \leq 18$ adalah kendala yang mengikat, jadi mengubah apapun dari koefisiennya (a_{21} = 0, a_{22} = 2, a_{31} = 3, a_{32} = 2) akan mengubah solusi optimal, dan oleh karena itu ini adalah parameter sensitif. Biasanya, perhatian yang lebih besar diberikan untuk melakukan analisis sensitivitas pada parameter b_i dan c_j daripada pada parameter a_{ij}. Pada masalah nyata dengan ratusan atau ribuan kendala dan variabel, pengaruh perubahan satu nilai a_{ij} biasanya diabaikan, tetapi mengubah satu nilai b_i atau c_j dapat berdampak nyata. Selanjutnya, dalam banyak kasus, nilai a_{ij} ditentukan oleh teknologi yang digunakan (nilai a_{ij} kadang-kadang disebut koefisien teknologi), jadi mungkin ada sedikit (atau tidak ada) ketidakpastian tentang nilai akhirnya. Ini beruntung, karena ada jauh lebih banyak parameter a_{ij} daripada b_i dan parameter c_j untuk masalah besar. Untuk masalah dengan lebih dari dua (atau mungkin tiga) variabel keputusan, Anda tidak dapat menganalisis sensitivitas parameter secara grafis seperti yang baru saja dilakukan untuk masalah Wyndor Glass Co. Namun, Anda dapat mengekstrak informasi yang sama dari metode simpleks. Mendapatkan informasi ini memerlukan penggunaan wawasan dasar untuk menyimpulkan perubahan yang dibawa ke tablo simpleks akhir sebagai akibat dari perubahan nilai parameter dalam model aslinya.

3. Penggunaan Excel untuk Menghasilkan Analisis Sensitivitas
   Analisis Sensitivitas Informasi biasanya digabungkan ke dalam paket perangkat lunak berdasarkan metode simpleks. Misalnya, saat menggunakan *spreadsheet* Excel untuk merumuskan dan menyelesaikan model pemrograman linier, Solver akan menghasilkan informasi analisis sensitivitas berdasarkan permintaan (Diwckar, 2003.).
   Ketika Solver memberikan pesan bahwa ia telah menemukan solusi, itu juga memberikan di sebelah kanan daftar tiga laporan yang dapat diberikan. Dengan memilih yang kedua (berlabel "Sensitivitas") setelah menyelesaikan masalah Wyndor Glass Co., laporan sensitivitas dapat diperoleh yang ditunjukkan pada Tabel 4.3. Tabel bagian atas dalam laporan tersebut memberikan informasi analisis sensitivitas tentang variabel keputusan dan koefisiennya dalam fungsi tujuan. Tabel 4.3 bagian bawah melakukan hal yang sama untuk batasan fungsional dan ruas kanannya.

Tabel 4.3 Laporan Analisis Sensitivitas dengan Menggunakan Solver untuk kasus Wyndor Glass Co.

Varible Cells						
Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$C\$12	Batches Produced Doors	2	0	3	4.5	3
\$D\$12	Batches Produced	6	0	5	1E+30	3

	Windows					
Constraints						
Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
E7	Plant 1 Used	2	0	4	1E+30	2
E8	Plant 2 Used	12	1.5	12	6	6
E9	Plant 3 Used	18	1	18	6	6

Lihat pada tabel bagian atas, Kolom “Final Value” menunjukkan solusi optimal. Kolom berikutnya memberikan *reduced costs*. Dalam Bab ini tidak akan membahas pengurangan biaya ini sekarang karena informasi yang diberikan juga dapat diperoleh dari tabel atas lainnya. Tiga kolom berikutnya memberikan informasi yang diperlukan untuk mengidentifikasi rentang yang diijinkan untuk setiap koefisien c_j dalam fungsi tujuan. Untuk setiap c_j, rentang yang diizinkan adalah rentang nilai untuk koefisien ini di mana solusi optimal saat ini tetap optimal, dengan asumsi tidak ada perubahan pada koefisien lainnya. Kolom "*Objective Coefficient*" memberikan nilai saat ini dari setiap koefisien dalam satuan ribuan dolar, dan kemudian dua kolom berikutnya memberikan peningkatan yang diizinkan dan penurunan yang diizinkan dari nilai ini agar tetap dalam kisaran yang diizinkan. Oleh karena itu,

$$3 - 3 \leq c_1 \leq 3 + 4.5 \text{ sehingga } 0 \leq c_1 \leq 7.5$$

Adalah kisaran yang diijinkan untuk c1 di mana solusi optimal saat ini akan tetap optimal (dengan asumsi c2 5), seperti yang ditemukan secara grafis pada Gambar. 4.9. Demikian pula, karena Excel menggunakan 1E 30 (10 30) untuk mewakili tak terhingga,

$$5 - 3 \leq c_2 \leq 5 + \infty \text{ sehingga } 2 \leq c_2$$

adalah kisaran yang diizinkan untuk c2. Fakta bahwa kenaikan yang diizinkan dan penurunan yang diizinkan lebih besar dari nol untuk koefisien kedua variabel keputusan memberikan informasi lain yang berguna, seperti yang dijelaskan di bawah ini. Ketika tabel bagian atas dalam laporan sensitivitas yang dihasilkan oleh Excel Solver menunjukkan bahwa kenaikan yang diizinkan dan penurunan yang diizinkan lebih besar dari nol untuk setiap koefisien tujuan, ini adalah rambu bahwa solusi optimal di kolom "*Final Value*" adalah satu-satunya solusi optimal. Sebaliknya, memiliki kenaikan yang diizinkan atau penurunan yang diizinkan sama dengan nol adalah tanda bahwa ada beberapa solusi optimal. Mengubah koefisien yang sesuai dalam jumlah kecil di luar nol yang diizinkan dan pemecahan ulang memberikan solusi CPF optimal lainnya untuk model asli.

Sekarang perhatikan tabel bagian bawah pada Tabel 4.3 yang berfokus pada analisis sensitivitas untuk tiga kendala fungsional. Kolom "*Final Value*" memberikan nilai sisi kiri setiap kendala untuk solusi optimal. Dua kolom berikutnya memberikan harga bayangan dan nilai saat ini dari sisi kanan (b_i) untuk setiap kendala. Ketika hanya satu nilai b*i* yang kemudian diubah, dua kolom terakhir memberikan peningkatan yang diizinkan atau penurunan yang diizinkan agar tetap dalam kisaran yang diizinkan. Untuk setiap b_i, rentang yang diizinkan adalah rentang nilai untuk ruas kanan ini di mana solusi BF optimal saat ini (dengan nilai yang disesuaikan untuk variabel dasar) tetap layak, dengan asumsi tidak ada perubahan pada ruas kanan lainnya. Properti kunci dari rentang nilai ini adalah bahwa harga bayangan saat ini untuk b_i tetap valid untuk mengevaluasi efek pada Z dari perubahan b_i hanya selama b_i tetap dalam kisaran yang diizinkan ini. Jadi, menggunakan tabel bawah 4.3, menggabungkan dua kolom terakhir dengan nilai saat ini dari sisi kanan memberikan rentang yang diijinkan berikut:

$$2 \leq b_1$$
$$6 \leq b_2 \leq 18$$
$$12 \leq b_3 \leq 24$$

Laporan sensitivitas yang dihasilkan oleh Solver ini adalah tipikal dari informasi analisis sensitivitas yang disediakan oleh paket perangkat lunak pemrograman linier. Aplikasi lainnya seperti LINDO dan LINGO pada dasarnya memberikan laporan yang sama seperti Excel Solver. MPL/Solvers juga melakukannya ketika diminta dengan kotak dialog File Solusi. Sekali lagi, informasi yang diperoleh secara aljabar ini juga dapat diturunkan dari analisis grafis untuk masalah dua variabel ini (Nering & Tucker, 1992.).

4. Parametric Linear Programming
   Analisis sensitivitas melibatkan perubahan satu parameter pada satu waktu dalam model asli untuk memeriksa efeknya pada solusi optimal. Sebaliknya, pemrograman linier parametrik (atau singkatnya pemrograman parametrik) melibatkan studi sistematis tentang bagaimana solusi optimal berubah karena banyak parameter berubah secara bersamaan pada rentang tertentu. Studi ini dapat memberikan perluasan analisis sensitivitas yang sangat berguna, misalnya, untuk memeriksa efek parameter "berkorelasi" yang berubah

bersama karena faktor eksogen seperti keadaan ekonomi. Namun, aplikasi yang lebih penting adalah penyelidikan *trade-off* dalam nilai parameter. Misalnya, jika nilai c_j mewakili unit keuntungan dari masing-masing aktivitas, dimungkinkan untuk meningkatkan beberapa nilai c_j dengan mengorbankan penurunan yang lain dengan pemindahan personel dan peralatan yang sesuai di antara aktivitas. Demikian pula, jika nilai b_i mewakili jumlah masing-masing sumber daya yang tersedia, dimungkinkan untuk meningkatkan beberapa nilai b_i dengan menyetujui untuk menerima penurunan dalam beberapa yang lain. Dalam beberapa aplikasi, tujuan utama dari penelitian ini adalah untuk menentukan *trade-off* yang paling tepat antara dua faktor dasar, seperti biaya dan manfaat. Pendekatan yang biasa digunakan adalah dengan mengungkapkan salah satu faktor ini dalam fungsi tujuan (misalnya, meminimalkan biaya total) dan memasukkan yang lain ke dalam batasan (misalnya, manfaat tingkat minimum yang dapat diterima). Pemrograman linier parametrik kemudian memungkinkan penyelidikan sistematis tentang apa yang terjadi ketika keputusan tentatif awal pada *trade-off* (misalnya, tingkat minimum yang dapat diterima untuk manfaat) adalah diubah dengan meningkatkan satu faktor dengan mengorbankan yang lain. Teknik algoritma untuk pemrograman linier parametrik adalah perpanjangan alami dari analisis sensitivitas, jadi teknik ini juga didasarkan pada metode simpleks (Vanderbei, 2008).

Bab 5. Metode Simplex

5.1 Pendahuluan

Penyelesaian masalah Linear Programming (LP) menggunakan metode Grafik hanya mencakup pada 2 variabel keputusan (2 kombinasi saja), sedangkan permasalahan yang melibatkan lebih dari 2 variabel tidak efektif jika menggunakan metode Grafik merupakan algoritma heuristik yang dapat memberikan gambaran secara langsung tentang hubungan antar departemen sehingga lebih mudah dimengerti (Ekie Gilang Permata et. al, 2016).

Metode ini dikembangkan oleh George Dantzig pada 1946 dan sepertinya cocok untuk komputerisasi masa kini. Pada 1946 Narendra Karmarkar dari Bell Laboratories menemukan suatu cara untuk memecahkan masalah program linear yang lebih besar, sehingga memperbaiki dan meningkatkan hasil dari metode simpleks (Suhilda Aini et.al, 2021). Metode Simpleks merupakan suatu metode untuk menyelesaikan masalah-masalah PL yang meliputi banyak pertidaksamaan dan banyak variable (R. L Rumahorbo et.al, 2017). Metode simpleks merupakan teknik yang paling berhasil dikembangkan untuk memecahkan persoalan pemrograman linear yang mempunyai jumlah variable keputusan dan pembatas yang besar (Yulia Yudihartanti, 2006).

Metode Simplex merupakan prosedur iteratif yang bergerak dari satu alternatif solusi ke alternatif berikutnya hingga nilai fungsi tujuan naik (dalam masalah maksimisasi) atau turun (dalam masalah minimisasi). Iterasi akan terus berjalan hingga memperoleh solusi optimal (jika ada) yang menghasilkan nilai maksimum atau minimum.

5.2 Karakteristik Metode Linear Programming

Penggunaan metode simpleks untuk menyelesaikan masalah LP mengharuskan masalah tersebut diubah ke dalam bentuk standarnya. Bentuk standar masalah LP harus memiliki karakteristik sebagai berikut:

1. Semua fungsi batasan harus dinyatakan sebagai persamaan dengan mentransformasikan batasan pertidaksamaan berjenis (≤) ke dalam bentuk persamaan (=) dan menambahkan variabel Surplus / Slack (s) atau variabel dasar.
2. Sisi kanan setiap fungsi batasan harus positif (non-negatif), jika bernilai negatif harus mengalikan kedua sisi fungsi batasan yang dihasilkan dengan (– 1).
3. Fungsi tujuan harus bertipe maksimisasi.

5.3 Bentuk Standar Metode Simplex

Bentuk standar permasalahan LP dapat diformulasikan sebagai berikut:

1. Fungsi Tujuan (Z)

   Fungsi Tujuan disimbolkan dengan huruf Z, dimana bentuk formulasi fungsi tujuan dapat diterapkan pada permasalahan maksimisasi maupun minimisasi.

a. Tujuan Maksimisasi, yaitu untuk meningkatkan profit, penjualan, kesejahteraan dan sebagainya
b. Tujuan Minimisasi, yaitu mengurangi biaya, waktu, jarak dan sebagainya.

   $Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n + 0s_1 + 0s_2 + \ldots + 0s_m$

2. Fungsi Batasan

   Fungsi Batasan menginterpretasikan sumberdaya langka yang akan digunakan secara optimal. Contoh sumber daya yang terbatas yaitu :

   - Uang
   - Tenaga kerja

- Bahan mentah
- Kapasitas Mesin
- Teknologi dan informasi
- Waktu, dan ruangan

Pada metode Simplex pada fungsi Batasan ditambahkan variabel Surplus / Slack (s). Variabel Slack mencerminkan sumber-sumber daya yang tidak terpakai.

$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n + s_1 = b_1$

$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n + s_2 = b_2$

. . .

. . .

$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n + s_m = b_m$

dimana,

$x_1, x_2, . . . , x_n, s_1, s_2, . . . , s_m \geq 0$

3. Tabel Simplex

Tabel 5.1 Bentuk Umum Tabel Simplex

Variabel Dasar	Z	X1	X2	Xn	S1	S2	Sm	NK
Z	1	- C1	- C2	- Cn	0	0	0	0
S1	0	A11	A12	A1n	1	0	0	B1
S2	0	A21	A22	A2n	0	1	0	B2
Sm	0	Am1	Am2	Amn	0	0	1	Bm

NK (Nilai Kanan) : nilai setelah tanda "=" pada persamaan

5.4 Tahapan Metode Simplex

Tahapan penyelesaian Linear Programming menggunakan metode Simplex, yaitu sebagai berikut:

1. Memformulasikan masalah dalam bentuk fungsi tujuan dan batasan

2. Merubah fungsi tujuan dan batasan menjadi fungsi implisit.
3. Menyusun fungsi-fungsi persamaan ke dalam Tabel Simplex.
4. Memilih kolom kunci
5. Memilih baris kunci dan menentukan angka kunci
6. Merubah nilai-nilai baris
7. Merubah nilai selain pada baris kunci
8. Menambahkan Nilai baru pada tabel
9. Melanjutkan perbaikan-perbaikan.

Metode simplex dapat dipahami lebih baik jika diperjelas dengan contoh kasus sebagai berikut.

Pabrik "XYZ " memproduksi 3 jenis produk yaitu:

1. Produk 1,
2. Produk 2, dan
3. Produk 3.

Untuk memproduksi 3 produk tersebut digunakan 3 buah mesin yaitu; (a) Alat 1, (b) Alat 2, dan (c) Alat 3. Untuk membuat masing-masing produk, akan mengalami pemrosesan pada alat-alat sebagai berikut:

Tabel 5.2 Konfigurasi kebutuhan produk dan kapasitas

Alat	Produk		Kapasitas
	1	2	
1	3	0	9
2	0	4	16
3	8	5	40
Profit	4	6	

Penyelesaian permasalahan diatas yaitu sebagai berikut:

1. Memformulasikan masalah dalam bentuk fungsi tujuan dan batasan

   Fungsi Tujuan:

   Maksimumkan $Z = 4X_1 + 6X_2$

   Fungsi Batasan:

a. $3X_1 \leq 9$
b. $4X_2 \leq 16$
c. $8X_1 + 5X_2 \leq 40$

2. Merubah fungsi tujuan dan batasan menjadi fungsi implisit (persamaan)

   Fungsi Tujuan:

   $Z = 4X_1 + 6X_2$ diubah menjadi $Z - 4X_1 - 6X_2 = 0$

   Fungsi Batasan diubah menjadi persamaan dan menambahkan (+) variabel Slack (S)

   a. $3X_1 \leq 9$ menjadi $3X_1 + S_1 \leq 9$
   b. $4X_2 \leq 16$ menjadi $4X_2 + S_2 \leq 16$
   c. $8X_1 + 5X_2 \leq 40$ menjadi $8X_1 + 5X_2 + S_3 \leq 40$

3. Menyusun fungsi-fungsi persamaan ke dalam Tabel 5.3 dibawah ini.

Tabel 5.3 Formulasi simplex yang dirancang

Variabel Dasar	**Z**	**X1**	**X2**	**S1**	**S2**	**S3**	**NK**
Z	1	- 4	- 6	0	0	0	0
S1	0	3	0	1	0	0	9
S2	0	0	4	0	1	0	16
S3	0	8	5	0	0	1	40

4. Memilih kolom kunci

   Kolom Kunci adalah kolom yang merupakan dasar untuk merubah Tabel Simplex. Dasar untuk menentukan Kolom Kunci adalah kolom yang memiliki nilai angka negatif terbesar pada fungsi tujuan.

   Iterasi 1

Tabel 5.4 Kolom kunci

Variabel Dasar	Z	X1	X2	S1	S2	S3	NK
Z	1	- 4	- 6	0	0	0	0
S1	0	3	0	1	0	0	9
S2	0	0	4	0	1	0	16
S3	0	8	5	0	0	1	40

5. Memilih baris kunci dan menentukan angka kunci
   Baris Kunci adalah baris yang merupakan dasar untuk merubah tabel simplex. Untuk mencari Baris Kunci, terlebih dahulu mencari Indeks tiap-tiap baris dengan cara membagi nilai-nilai pada kolom Nilai Kanan (NK) dengan nilai yang sebaris pada Kolom Kunci :

$$\text{Indeks} = \frac{\text{Nilai Kolom NK}}{\text{Nilai Kolom Kunci}}$$

Indeks Baris Z = 0/-6
Indeks Baris S_1 = 9/0 = (∞, atau tak terhingga)
Indeks Baris S_2 = 16/4 = 4
Indeks Baris S_3 = 40/5 = 8

Tabel 5.5 Angka kunci

Variabel Dasar	**Z**	**X1**	**X2**	**S1**	**S2**	**S3**	**NK**	**Indeks**
Z	1	- 4	- 6	0	0	0	0	
S1	0	3	0	1	0	0	9	∞
S2	0	0	4	0	1	0	16	4
S3	0	8	5	0	0	1	40	8

*Pilih Baris Kunci yang memiliki angka positif terkecil berdasarkan indeks

6. Merubah nilai-nilai baris

   Merubah nilai-nilai baris pada baris kunci dengan membagi nilai pada baris kunci dengan nilai kunci

Tabel 5.6 Nilai baris

Variabel Dasar	**Z**	**X1**	**X2**	**S1**	**S2**	**S3**	**NK**	**Indeks**
Z	1	- 4	- 6	0	0	0	0	
S1	0	3	0	1	0	0	9	∞
S2	0	0	4	0	1	0	16	4
S3	0	8	5	0	0	1	40	8

Nilai Kunci

Tabel 5.7 Nilai kunci

	Z	X1	X2	S1	S2	S3	NK	
Z								
S1								
X2	0	0	1	0	1/4	0	4	
S3								

$\mathbf{\frac{0}{4}}$ $\mathbf{\frac{0}{4}}$ $\mathbf{\frac{4}{4}}$ $\mathbf{\frac{0}{4}}$ $\mathbf{\frac{1}{4}}$ $\mathbf{\frac{0}{4}}$ $\mathbf{\frac{16}{4}}$

7. Merubah nilai selain pada baris kunci

   Merubah niali selain pada baris kunci dengan rumus :

   Baris Baru

   = baris lama

   − (koefisien pada kolom kunci) x nilai baru pada baris lama

Baris I (Z)

	X1	X2	S1	S2	S3	NK	
	-4	-6	0	0	0	0	
-6	0	1	0	1/4	0	4	(-)
Nilai Baru	-4	0	6	6/4	0	24	

Baris II (Batasan I)

	X1	X2	S1	S2	S3	NK	
	3	0	1	0	0	9	
(0)	0	1	0	1/4	0	4	(-)
Nilai Baru	3	0	1	0	0	9	

Baris IV (Batasan III)

	X1	X2	S1	S2	S3	NK	
	8	5	0	0	1	40	
(5)	0	1	0	1/4	0	4	(-)
Nilai Baru	0	0	0	-5/4	1	20	

8. Menambahkan nilai baru pada tabel

Tabel 5.8 Nilai baru

Variabel Dasar	Z	X1	X2	S1	S2	S3	NK	Indeks
Z	1	- 4	- 6	0	0	0	0	
S1	0	3	0	1	0	0	9	∞
S2	0	0	4	0	1	0	16	4
S3	0	8	5	0	0	1	40	8

Variabel Dasar	Z	X1	X2	S1	S2	S3	NK	Indeks
Z	1	-4	0	6	6/4	0	24	
S1	0	3	0	1	0	0	9	
X2	0	0	1	0	1/4	0	4	
S3	0	0	0	0	-5/4	1	20	

9. Melanjutkan perbaikan-perbaikan.
   Perubahan baru berhenti setelah pada baris pertama (fungsi tujuan) tidak ada yang bernilai negatif. Karena pada iterasi 1 masih terdapat nilai (-) yaitu -4 maka perbaikan dilanjutkan pada iterasi 2 dan Kembali ke tahap 4
   Iterasi 2
   Memilih kolom kunci

Tabel 5.9 Kolom kunci

Variabel Dasar	Z	X1	X2	S1	S2	S3	NK
Z	1	-4	0	6	6/4	0	24
S1	0	3	0	1	0	0	9
X2	0	0	1	0	1/4	0	4
S3	0	0	0	0	-5/4	1	20

Memilih baris kunci dan menentukan angka kunci
Indeks Baris Z = 24/-4 = -6
Indeks Baris S_1 = 9/3 = 3
Indeks Baris S_2 = 4/0 = (∞, atau tak terhingga)
Indeks Baris S_3 = 20/0 = (∞, atau tak terhingga)

Tabel 5.10 Baris kunci

Variabel Dasar	Z	X1	X2	S1	S2	S3	NK	Indeks
Z	1	-4	0	6	6/4	0	24	-6
S1	0	3	0	1	0	0	9	3
X2	0	0	1	0	1/4	0	4	∞
S3	0	0	0	0	-5/4	1	20	∞

Merubah nilai-nilai baris

Tabel 5.11 Nilai baris

Variabel Dasar	Z	X1	X2	S1	S2	S3	NK	Indeks
Z	1	-4	0	6	6/4	0	24	-6
X1	0	3	0	1	0	0	9	3
X2	0	0	1	0	1/4	0	4	∞
S3	0	0	0	0	-5/4	1	20	∞

Nilai Kunci

Variabel Dasar	Z	X1	X2	S1	S2	S3	NK	
Z								
X1	0	1	0	1/3	0	0	3	
X2								
S3								

$\frac{0}{3}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{0}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{0}{3}$ $\frac{0}{3}$ $\frac{9}{3}$

Nilai Baru

Baris I (Z)

	X1	X2	S1	S2	S3	NK	
	-4	**0**	**6**	**6/4**	**0**	**24**	
(-4)	**1**	**0**	**1/3**	**0**	**0**	**3**	**(-)**
Nilai Baru	**0**	**0**	$\mathbf{7\frac{1}{3}}$	**6/4**	**0**	**36**	

Baris III (Batasan II)

X1	X2	S1	S2	S3	NK
0	1	0	1/4	0	4

(0)	1	0	1/3	0	0	3	(-)
Nilai Baru	0	1	0	1/4	0	4	

Baris IV (Batasan III)

	X1	X2	S1	S2	S3	NK	
	0	0	0	-5/4	1	20	
(0)	1	0	1/3	0	0	3	(-)
Nilai Baru	0	0	0	-5/4	1	20	

Tabel Simplex baru hasil perubahan

Tabel 5.12 Simplex hasil perubahan

Variabel Dasar	Z	X1	X2	S1	S2	S3	NK
Z	1	0	0	$7\frac{1}{3}$	6/4	0	36
X1	0	1	0	1/3	0	0	3
X2	0	0	1	0	1/4	0	4
X3	0	0	0	0	-5/4	1	20

Karena nilai-nilai pada Variabel Dasar, yaitu Z (Fungsi Tujuan), X1 (Fungsi Batasan 1), X2 (Fungsi Batasan 2), dan X3 (Fungsi Batasan 3) tidak ditemukan angka negatif sehingga kombinasi produk telah optimal dengan Total Profit sebesar Rp 36 x Rp 1.000 = Rp 36.000,- dengan kombinasi produk masing-masing:

X1 (Produk 1) sebesar 3 unit
X2 (Produk 2) sebesar 4 unit
X3 (Produk 3) sebesar 20 unit

Bab 6. Mengenal Dualitas & Analisis Sensitivitas

6.1 Esensi Teori Dualitas

Setelah mempelajari metode simplex pada Bab V, maka perlu memahami metode selanjutnya yang merupakan pengembangan dari program linier yakni teori dualitas. Perlu diingat bahwa rumus persoalan program linier terdiri dari primal dan dual. Pemecahan persoalan primal sekaligus juga bisa membantu menghitung pemecahan dual yang dikehendaki, dan juga sebaliknya. Karena dengan persoalan primal dikerjakan atau dibentuk dalam bentuk maksimalisasi, sedangkan dual dalam minimisasi dan membentuk sebaliknya.

Salah satu kunci penggunaan teori dualitas terletak pada interpretasi dan implementasi analisis sensitivitas. Karena sebagian besar nilai parameter yang digunakan dalam model asli hanyalah perkiraan kondisi masa depan dan juga akan mewakili keputusan manajerial.

Dalam kebanyakan pembahasan program linier, masalah dual didefinisikan untuk berbagai bentuk masalah primal, bergantung pada jenis batasan tanda dari variabel dan arti dari optimasi (Taha et.al, 1987). Setiap permasalahan program linier mempunyai suatu program linier lain yang saling berkaitan disebut dual, sedemikian hingga permasalahan semula yang disebut primal solusinya dapat diperoleh dengan menyelesaikan permasalahan dualnya (Murty et.al, 1983).

Persoalan dual sebenarnya menggunakan parameter yang sama persis dengan masalah primal, namun di lokasi yang berbeda, seperti yang dirangkum di bawah ini.

1. Koefisien dalam fungsi tujuan dari persoalan primal adalah sisi kanan kendala fungsional dalam persoalan dual.
2. Sisi kanan dari kendala fungsional dalam persoalan primal adalah koefisien dalam fungsi tujuan dari persoalan dual.
3. Koefisien variabel dalam kendala fungsional dari persoalan primal adalah koefisien dalam kendala fungsional dari persoalan dual.

Persoalan Primal	Persoalan Dual
Maximize $Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j,$	Minimize $W = \sum_{i=1}^{m} b_i y_i,$
subject to	subject to
$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i,$ for $i = 1, 2, \ldots, m$	$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_i \geq c_j,$ for $j = 1, 2, \ldots, n$
and	and
$x_j \geq 0,$ for $j = 1, 2, \ldots, n.$	$y_i \geq 0,$ for $i = 1, 2, \ldots, m.$

Agar terlihat perbedaan dan perbandingannya, sekarang lihat dua persoalan berikut ini dalam notasi matriks dimana c dan y merupakan vektor baris serta b dan x adalah vektor kolom.

Persoalan Primal	Persoalan Dual
Maximize $Z = \mathbf{cx},$	Minimize $W = \mathbf{yb},$
subject to	subject to
$\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$	$\mathbf{yA} \geq \mathbf{c}$
and	and
$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}.$	$\mathbf{y} \geq \mathbf{0}.$

Aturan umum dalam perumusan persoalan Program Linier menyangkut persoalan dalam bentuk Primal dan Dual diringkas pada Tabel 6.1 berikut.

Tabel 6.1 Aturan Persoalan Primal vs Dual

Bentuk Primal	Bentuk Dual
Memaksimumkan fungsi tujuan	Meminimumkan fungsi tujuan
Koefisien fungsi tujuan (Cj)	Nilai Kanan (NK) sebagai fungsi kendala
NK fungsi kendala primal (bi)	Koefisien fungsi tujuan
Koefisien peubah ke-j	Koefisien kendala ke-j
Koefisien kendala ke-i	Koefisien peubah ke-i
Variabel ke-j yang positif (≥0)	Kendala ke-j dengan tanda ketidaksamaan lebih besar atau sama dengan (≥)
Kendala ke-i yang bertanda ketidaksamaan (≤)	Variabel ke-i yang positif (≥)

6.2 Hubungan Persoalan Primal – Dual

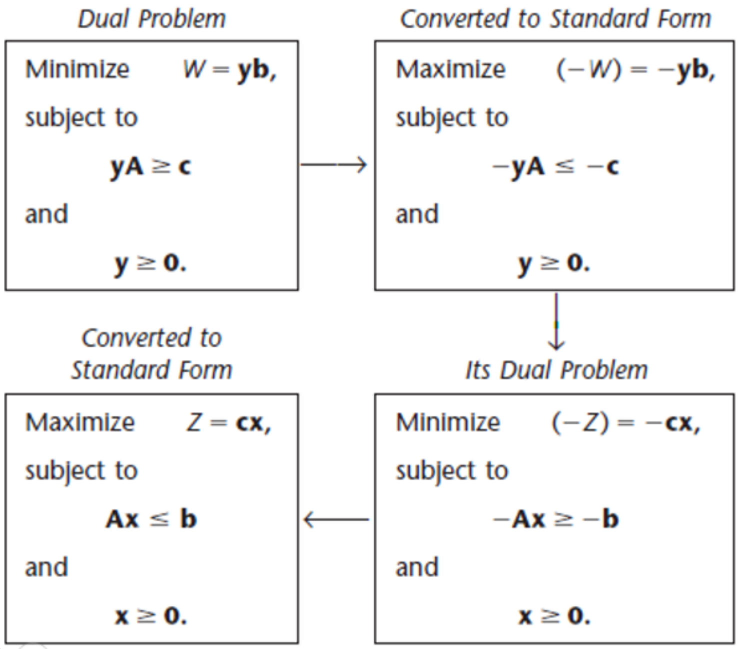
Berikut ini penjelasan singkat hubungan antara persoalan bentuk primal dengan persoalan bentuk dual:

1. Jika satu masalah memiliki solusi layak dan fungsi obyektif dibatasi (dan sehingga memiliki solusi optimal), maka demikian juga masalah lainnya, sehingga kedua yang lemah dan sifat dualitas yang kuat berlaku.
2. Jika satu masalah memiliki solusi layak dan fungsi tujuan terbatas (dan jadi tidak ada solusi optimal), maka masalah lain tidak memiliki solusi layak.
3. Jika satu masalah tidak memiliki solusi layak, maka masalah lainnya telah baik tidak ada solusi layak atau fungsi tujuan terbatas.

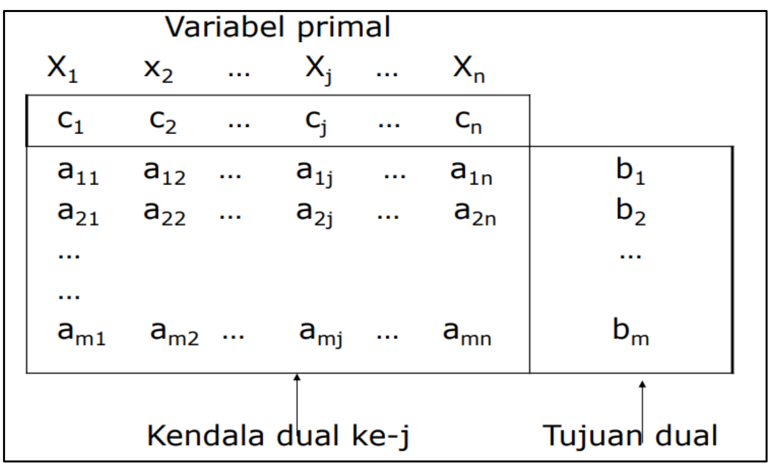
   Ada langkah mudah dalam mengubah suatu persoalan bentuk primal ke dalam bentuk dual sehingga dapat dipahami esensi dari teori dualitas ini. Berikut langkah-langkahnya:

a. Jadikan terlebih dahulu model primal yang standar.
b. Untuk setiap kendala primal terdapat 1 variabel dual

c. Untuk setiap variabel primal terdapat 1 kendala dual
d. Koefisien fungsi tujuan primal sebagai nilai sisi kanan kendala dual dan nilai sisi kanan primal sebagai koefisien fungsi tujuan dual.



Perhatikan gambar berikut:



Gambar 6.1 Tabel Primal-Dual untuk Program Linier

6.3 *Analisis Sensitivitas dan Aplikasinya*

Analisis sensitivitas umumnya merupakan pendekatan yang digunakan untuk memeriksa konsistensi dan ketahanan (robustness) suatu pilihan. Hal ini dicapai dengan parameter faktor, dan mengamati perubahan rangking. Salah satu carayang digunakan untuk menguji kerentanan hasil terhadap perubahan rangkingadalah metode penyesuaian bobot (M. Yazdani, 2016).

Analisis sensitivitas merupakan analisis yang dilakukan untuk mengetahui akibat dari perubahan parameterparameter produksi terhadap perubahan kinerja sistem produksi dalam menghasilkan keuntungan (Paulus Pati Richardo Tenawaheng et.al, 2021).

Analisis sensitivitas merupakan suatu konsep yang fundamental dalam metoda pemilihan multi kriteria atau *multi criteria decision making* (MCDM) untuk mengukur kestabilan dari pemilihan solusi optimal apabila terjadi perubahan terhadap beberapa parameter. Analisis sensitivitas umumnya merupakan pendekatan yang digunakan untuk memeriksa konsistensi dan ketahanan (*robustness*) suatu pilihan.

Hal ini dicapai dengan parameter faktor, dan mengamati perubahan rangking. Salah satu cara yang digunakan untuk menguji kerentanan hasil terhadap perubahan rangking adalah metode penyesuaian bobot. Pendekatan analisis sensitivitas ini menentukan, nilai perubahan terkecil dalam bobot kriteria saat ini, yang dapat mengubah peringkat alternatif yang ada.

Pembuat keputusan dapat membuat keputusan yang lebih baik jika dia dapat menentukan seberapa kritis setiap kriteria. Dengan kata lain, seberapa sensitif rangking yang sebenarnya dari alternatifnya adalah perubahan pada bobot kriteria keputusan saat ini.

Analisis sensitivitas pada dasarnya melibatkan menyelidiki efek pada solusi optimal membuat perubahan dalam nilai-nilai dari parameter model a_{ij}, b_i , dan c_j. Namun, mengubah nilai parameter dalam persoalan primal juga mengubah nilai-nilai yang sesuai dalam persoalan dual.

Oleh karena itu, kita memiliki pilihan untuk menggunakan masalah yang sesuai setiap perubahan. Karena hubungan primal-ganda ini mudah untuk bergerak bolak-balik antara dua masalah seperti yang diinginkan. Dalam beberapa kasus, akan lebih mudah untuk menganalisis masalah ganda langsung untuk menentukan efek komplementer pada masalah primal.

Tujuan umum dari analisis sensitivitas adalah

1. Untuk menentukan parameter-parameter sensitif yaitu parameter yang tidak diubah tanpa mengubah penyelesaian optimal,
2. Melakukan estimasi parameter-parameter dengan lebih tepat serta mengurangi perhitungan ulang bila terjadi perubahan pada satu atau beberapa koefisien.

Untuk menyelesaikan permasalahan dengan analisis sensitivitas dapat dilakukan dengan pendekatan secara grafis dan juga menggunakan aljabar untuk metode simplex. Berikut contoh kasus permasalahan di industri yang dapat diselesaikan dengan analisis sensitivitas.

PT. XY memproduksi dua produk dengan menggunakan dua mesin. Satu unit produk X membutuhkan 2 jam proses pada mesin pertama dan 1 jam pada mesin kedua. Untuk satu unit produk Y, dibutuhkan 1 jam proses pada mesin pertama dan 3 jam pada mesin kedua.

Keuntungan per unit produk X dan produk Y masing-masing adalah \$30 dan \$20. Ketersediaan jam kerja harian untuk kedua mesin masing-masing adalah 8 jam.

Dari permasalahan pada PT XY tersebut kemudian dicarikan solusi agar perusahaan mendapatkan keuntungan harian maksimal. Dalam kasus ini kita gunakan pendekatan secara grafis agar memudahkan pihak manajemen memahaminya.

Menentukan variabel keputusan terlebih dahulu:

x: banyaknya produk X yang diproduksi per hari (unit)

y: banyaknya produk Y yang diproduksi per hari (unit)

Maks Z = 30x + 20y

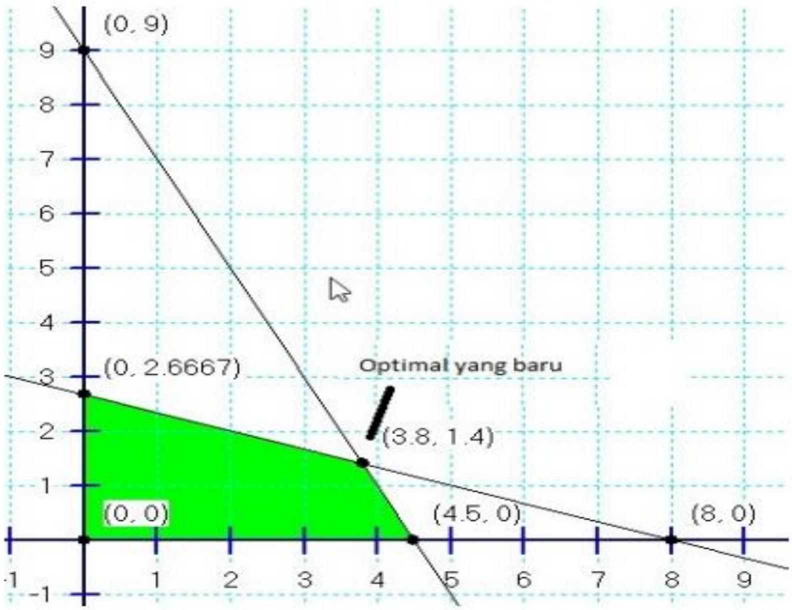
Dengan kendala:

2x + y ≤ 8 (mesin pertama)

x + 3y ≤ 8 (mesin kedua)

x1, x2 ≥ 0

Berikut grafik dari kedua persamaan tersebut sehingga memunculkan titik optimal yang baru.



Gambar 6.2 Grafik Penyelesaian Masalah di PT XY

Sehingga solusi optimal yang ditemukan ialah x = 3,8; y = 1,4 Dan nilai keuntungan harian maksimal adalah

Z = 30(3,8) + 20(1,4) = $142

Bab 7. Metode Transportasi (North West Corner, Inspeksi, Vogel)

Permasalahan pemrograman linier yang dikenal sebagai masalah aliran jaringan, memiliki karakteristik matematis khusus yang memicu ilmuwan manajemen untuk mengembangkan pendekatan solusi matematis yang sangat efisien dan unik. Tiga jenis formulasi khusus model linier programming, yaitu: masalah *transportation, transshipment,* dan *assignment*, adalah solusi pendekatan yang merupakan variasi dari prosedur solusi simpleks tradisional. Seperti metode simpleks, metode transportasi dan metode penugasan dipecahkan dengan prosedur solusi matematis. Pada bab ini hanya membahas penyelesaian masalah model transportasi.

7.1 Model Transportasi (*Transportation Model*)

Masalah transportasi berkaitan dengan proses pengiriman barang dari sumber (supply) ke tujuan (demand). Penyelesaian masalah transportasi diperlukan untuk meminimalkan total biaya pengiriman serta memenuhi kapasitas persediaan dan permintaan (Taha, 2007).

Model transportasi diformulasikan menurut karakteristik-karakteristik unik permasalahannya yang meliputi:

1. Suatu barang dipindahkan (transported), dari sejumlah sumber ke tempat tujuan dengan biaya seminimum mungkin.

2. Atas barang tersebut tiap sumber dapat memasok suatu jumlah yang tetap dan tiap tujuan mempunyai jumlah permintaan yang tetap (Herry Irwan et.al, 2016).

Walaupun secara umum model transportasi dapat diterapkan untuk berbagai macam masalah, masalah transportasi barang adalah masalah yang paling terkenal dan menarik.

Contoh berikut adalah perumusan model transportasi (Taylor III, 2013). Gandum dipanen di Midwest dan disimpan di elevator biji-bijian di tiga kota berbeda— Kota Kansas, Omaha, dan Des Moines. Elevator biji-bijian ini memasok tiga pabrik tepung, yang terletak di Chicago, St. Louis, dan Cincinnati. Gandum dikirim ke pabrik dengan gerbong kereta api, setiap gerbong mampu menampung 1 ton gandum. Setiap elevator biji-bijian dapat memasok sejumlah ton (yaitu, gerbong kereta api) gandum ke pabrik setiap bulan seperti tabel 7.1 berikut:

Table 7.1 Tabel Pasokan

	Elevator Biji-bijian	Pasokan
1.	Kansas City	150
2.	Omaha	175
3.	Des Moines	275
	Total	600 ton

Setiap pabrik meminta sejumlah ton gandum per bulan sebagai berikut:

Tabel 7.2 Tabel Permintaan

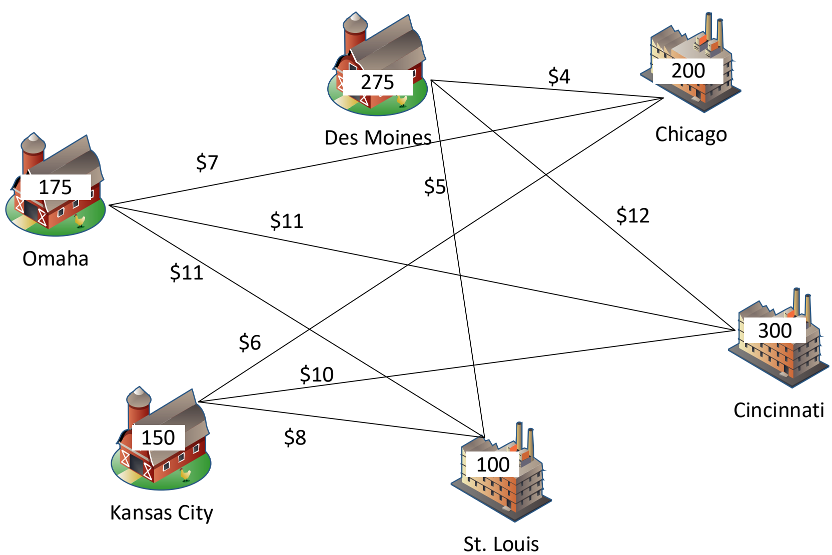
	Pabrik	Permintaan
1.	Chicago	200
2.	St. Louis	100
3.	Cincinnati	300
	Total	600 ton

Biaya pengangkutan (c) 1 ton gandum dari setiap elevator biji-bijian (sumber) ke setiap pabrik (tujuan) berbeda, sesuai dengan jarak dan sistem kereta api. (Misalnya, biaya pengiriman 1 ton gandum dari elevator gandum di Omaha ke pabrik di Chicago adalah $7.) Biaya ini disajikan dalam tabel 7.3 berikut ini:

Tabel 7.3 Tabel Biaya Transportasi

Elevator Biji-bijian	Pabrik		
	A. Chicago	B. St. Louis	C. Cincinnati
1. Kansas City	$6	$8	$10
2. Omaha	$7	$11	$11
3. Des Moines	$4	$5	$12

Masalahnya adalah bagaimana menentukan berapa ton gandum yang akan diangkut dari setiap elevator biji-bijian ke setiap pabrik setiap bulannya untuk meminimalkan total biaya transportasi. Sebuah diagram dari rute transportasi yang berbeda, dengan pasokan dan permintaan, diberikan pada Gambar x.



Gambar 7.1 Jaringan Rute Transportasi untuk Pengiriman Gandum

Formula model linier programming untuk permasalahan ini sebagai berikut:

Minimumkan:

Z = \$6x_1A + \$8x_1B + \$10x_1C + \$7x_2A + \$11x_2B + \$11x_2C + \$4x_3A + \$5x_3B + \$12x_3C, dengan fungsi pembatas:

$x_{1A} + x_{1B} + x_{1C} = 150$

$x_{2A} + x_{2B} + x_{2C} = 175$

$x_{3A} + x_{3B} + x_{3C} = 275$

$x_{1A} + x_{2A} + x_{3A} = 200$

$x_{1B} + x_{2B} + x_{3B} = 100$

$x_{1C} + x_{2C} + x_{3C} = 300$

$x_{ij} \geq 0$

Pada model ini variabel keputusan x_{ij} mewakili jumlah ton gandum yang diangkut dari setiap elevator biji-bijian, i (di mana i = 1, 2, 3), ke setiap penggilingan, j (di mana j = A, B, C). Fungsi tujuan mewakili total biaya transportasi untuk setiap rute. Setiap ketentuan dalam fungsi tujuan mencerminkan biaya kapasistas ruang yang diangkut untuk satu rute. Sebagai contoh, jika 20 ton diangkut dari elevator 1 ke pabrik A, biaya (\$6) dikalikan dengan x_{1A} (= 20), sama dengan \$120. Tiga batasan pertama dalam model pemrograman linier mewakili pasokan pada masing-masing tangga berjalan; tiga batasan terakhir mewakili permintaan di setiap pabrik. Sebagai contoh, mempertimbangkan Batasan pasokan pertama, $x_{1A} + x_{1B} + x_{1C} = 150$. Batasan ini mewakili berton-ton gandum diangkut dari Kansas City ke ketiga pabrik: Chicago (x_{1A}), St. Louis (x_{1B}), dan Cincinnati (x_{1C}). Jumlah yang diangkut dari Kansas City yang tersedia terbatas pada 150 ton.

7.2 Ketidakseimbangan Model Transportasi

Perhatikan bahwa batasan ini (dan juga batasan lainnya) adalah persamaan (=) dan bukan a ≤ pertidaksamaan karena semua ton gandum yang tersedia akan dibutuhkan untuk memenuhi total permintaan 600 ton. Dengan kata lain, ketiga pabrik tersebut membutuhkan total 600 ton, yang merupakan

jumlah yang sama yang dapat dipasok oleh tiga elevator gandum. Dengan demikian, semua yang bisa dipasok akan memenuhi permintaan. Jenis model ini, di mana pasokan sama persis dengan permintaan, disebut sebagai model transportasi yang seimbang.
Namun, secara realistis, masalah yang tidak seimbang, di mana pasokan melebihi permintaan atau permintaan melebihi pasokan, lebih mungkin terjadi. Dalam contoh transportasi gandum lainnya, jika permintaan di Cincinnati meningkat dari 300 ton menjadi 350 ton, situasi akan terjadi di mana total permintaan 650 ton dan total pasokan 600 ton. Ini akan menghasilkan perubahan berikut dalam model pemrograman linier dari masalah ini:

Minimumkan:

Z = \$6x_1A + \$8x_1B + \$10x_1C + \$7x_2A + \$11x_2B + \$11x_2C + \$4x_3A + \$5x_3B + \$12x_3C, dengan fungsi pembatas:

$x_{1A} + x_{1B} + x_{1C} = 150$

$x_{2A} + x_{2B} + x_{2C} = 175$

$x_{3A} + x_{3B} + x_{3C} = 275$

$x_{1A} + x_{2A} + x_{3A} \leq 200$

$x_{1B} + x_{2B} + x_{3B} \leq 100$

$x_{1C} + x_{2C} + x_{3C} \leq 350$

$x_{ij} \geq 0$

Salah satu kendala permintaan tidak akan terpenuhi karena total pasokan tidak cukup untuk memenuhi total permintaan. Sebaliknya, jika penawaran melebihi permintaan, maka kendala pasokan akan menjadi ≤.

Terkadang satu atau lebih rute dalam model transportasi mungkin dilarang. Artinya, unit tidak dapat diangkut dari sumber tertentu ke tujuan tertentu. Ketika situasi ini terjadi, kita harus memastikan bahwa variabel yang mewakili rute itu tidak memiliki nilai solusi optimal. Hal ini dapat dicapai dengan menetapkan biaya relatif yang sangat besar sebagai koefisien variabel terlarang ini dalam fungsi tujuan. Sebagai contoh, pada contoh pengiriman gandum kami, jika rute dari Kansas City ke Chicago adalah dilarang (mungkin karena pemogokan rel), variabel x_{1A} diberi koefisien 100 bukannya 6 dalam fungsi tujuan, jadi x_{1A} akan sama dengan nol dalam solusi optimal karena dari biaya relatifnya yang tinggi. Atau, variabel terlarang dapat dihapus dari model perumusan.

7.3 Metode Pemecahan

Langkah-langkah untuk menyelesaikan persoalan transportasi (Harsono, 2016):

1. Buat Tabel Transportasi
2. Tentukan Penyelesaian Awal

   Syarat :

   Penyelesaian awal (pengisian tabel tahap pertama) dapat dilakukan dengan 3 cara :

   - Metode *North West Corner*
   - Metode *Least Cost*
   - Metode *Vogel*
3. Lakukan Cek Optimalisasi
   - *Metode Stepping Stone*
   - *Modified Distribution Method (Modi)*
4. Lakukan Perbaikan Tabel
5. Kembali ke Langkah 3

Contoh 1.1 Contoh Model Transportasi untuk Pengiriman Pasokan Gandum kasus di atas.

1. Tentukan pendistribusian yang optimal (jumlah pengiriman gandum dari tiap elevator biji-bijian ke tiap pabrik, dengan total biaya minimal).

   Penyelesaian:

   Model Programa Linier dari masalah di atas dapat dirumuskan sebagai berikut:

   x_{1A} = Jumah gandum yang dikirim dari Kansas City ke Chicago

   x_{1B} = Jumlah gandum yang dikirim dari Kansas City ke St. Louis

x_{1C} = Jumlah gandum yang dikirim dari Kansas City ke Cincinnati
x_{2A} = Jumlah gandum yang dikirim dari Omaha ke Chicago
x_{2B} = Jumlah gandum yang dikirim dari Omaha ke St. Louis
x_{2C} = Jumlah gandum yang dikirim dari Omaha ke Cincinnati
x_{3A} = Jumlah gandum yang dikirim dari Des Moines ke Chicago
x_{3B} = Jumlah gandum yang dikirim dari Des Moines ke St. Louis
x_{3C} = Jumlah gandum yang dikirim dari Des Moines ke Cincinnati

Minimumkan:
$Z = \$6x_{1A} + \$8x_{1B} + \$10x_{1C} + \$7x_{2A} + \$11x_{2B} + \$11x_{2C} + \$4x_{3A} + \$5x_{3B} + \$12x_{3C}$, dengan fungsi pembatas:
$x_{1A} + x_{1B} + x_{1C} = 150$
$x_{2A} + x_{2B} + x_{2C} = 175$
$x_{3A} + x_{3B} + x_{3C} = 275$
$x_{1A} + x_{2A} + x_{3A} \leq 200$
$x_{1B} + x_{2B} + x_{3B} \leq 100$
$x_{1C} + x_{2C} + x_{3C} \leq 350$
$x_{ij} \geq 0$

a. Buat Tabel Transportasi

Tabel 7.4 Tabel Transportasi

Pabrik / Elevator Biji-bijian	Chicago		St. Louis		Cincinnati		Pasokan
Kansas City	x_{1A}	\$6	x_{1B}	\$8	x_{1C}	\$10	**150**
Omaha	x_{2A}	\$7	x_{2B}	\$11	x_{2C}	\$11	**175**
Des Moines	x_{3A}	\$4	x_{3B}	\$5	x_{3C}	\$12	**275**
Permintaan	**200**		**100**		**300**		**600**

1) Tentukan Penyelesaian Awal

a) Metode *North west Corner* (*NWCR*)

Metode optimasi dari pojok kiri atas ke pojok kanan bawah (pokiapokaba). Langkah-langkahnya adalah sebagai beirkut:

1. Pengisian sel mulai dari pojok kiri atas (sel x_{1A}). Bandingkan pasokan di S_1 dengan permintaan di T_1. Alokasikan sebesar x_{1A} = min (a_1, b_1), pilih nilai paling minimal antara a_1 dan b_1.
2. Jika $a_1 > b_1$, maka $x_{1A} = b_1$. Lanjutkan ke sel x_{1B}, kemudian tentukan nilai x_{1B} = min (a_1 - b_1, b_2).
3. Jika $a_1 < b_1$, maka $x_{1A} = a_1$. Lanjutkan ke sel x_{2A}, kemudian tentukan nilai x_{2A} = min (b_1 - a_1, a_2).
4. Jika $a_1 = b_1$, buat $x_{1A} = b_1$, Lanjutkan ke sel x_{2A}.
5. Lanjutkan langkah tersebut, setahap demi setahap menjauhi sudut kiri atas, hingga akhirnya harga telah dicapai pada sudut kanan bawah.

Tabel 7.5 Tabel Solusi Fisibel Metode North West Corner

Pabrik / Elevator Biji-bijian	Chicago		St. Louis		Cincinnati		Pasokan (a_i)
Kansas City	150	$6		$8		$10	150
Omaha	50	$7	100	$11	25	$11	175
Des Moines		$4		$5	275	$12	275
Permintaan (b_j)	200		100		300		600

Pengisian sel dimulai dari sudut kiri atas tabel, yaitu sel x_{1A}. a_1 = 150 dan b_1 = 200, maka

a. x_{1A} = min (150, 200) = 150 karena $a_1 < b_1$. (nilai a_1 sudah terpenuhi sebanyak 150, namun nilai b_1 belum, sehingga dari pojok kiri atas lanjut ke bawah atau x_{2A});

b. x_{2A} = (b_1 - a_1, a_2) = min (200 - 150, 175) = min (50, 175) = 50 (nilai b_1 sudah terpenuhi sebanyak 200, sehingga lanjut ke kanan atau x_{2B});

c. x_{2B} = (a_2 - b_1, b_2) = min (175 - 50, 100) = min (125, 100) = 100 (nilai b_2 sudah terpenuhi sebanyak 100, namun nilai a2 belum, sehingga lanjut ke kanan atau x_{2C});

d. x_{2C} = (a_2 - b_1 - b_2, b_3) = min (175 - 50 - 100, 300) = min (25, 300) = 25 (nilai a_2 sudah terpenuhi sebanyak 175, namun b_3 belum, sehingga lanjut ke bawah atau x_{3C});

e. x_{3C} = (b_3 - a_2, a_3) = min (300 - 25, 275) = 275.

Jumlah pasokan dan permintaan sudah membentuk solusi fisibel awal, sehingga biaya minimalnya adalah:

$Z = \$6x_1A + \$8x_1B + \$10x_1C + \$7x_2A + \$11x_2B + \$11x_2C + \$4x_3A + \$5x_3B + \$12x_3C = \$6x150 + \$8x0 + \$10x0 + \$7x50 + \$11x100 + \$11x25 + \$4x0 + \$5x0 + \$12x275$

$= \$5.925$

f. Kelemahan (Harsono, 2016):

Tidak memperhitungkan besarnya biaya, sehingga kurang efisien

b) Metode *Least Cost*

Pada metode ini adalah memberikan prioritas pengalokasian pada tempat yang mempunyai satuan biaya terkecil (Dimyati, 1999). Dengan mengambil contoh di atas, langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

1. Diawali dari c_{3A} = \$4 adalah biaya terkecil dari keseluruhan tabel. Maka x_{3A} mendapat prioritas pengalokasian pertama kali. Jumlah unit yang dialokasikan adalah x_{3A} = min (a_3, b_1) = min (275, 200) = 200. Nilai untuk b_1 sudah terpenuhi sebanyak 200.
2. Selanjutnya lihat biaya terkecil berikutnya (selain b_1), yaitu c_{3A} = \$5 adalah biaya terkecil kedua dari keseluruhan tabel. Maka x_{3B} mendapat prioritas pengalokasian kedua. Jumlah unit yang dialokasikan adalah x_{3B} = min (a_3 – b_3, b_2) = min

(275 – 200, 275) = min (75, 275) = 75. Nilai untuk b_2 belum terpenuhi.

3. Selanjutnya lihat biaya terkecil berikutnya (selain b_1), yaitu c_{1B} = \$8 adalah biaya terkecil ketiga dari keseluruhan tabel. Maka x_{1B} mendapat prioritas pengalokasian ketiga. Jumlah unit yang dialokasikan adalah x_{1B} = min (100 – 75, 150) = min (25, 150) = 25. Nilai untuk b_2 sudah terpenuhi.
4. Selanjutnya lihat biaya terkecil berikutnya (selain b_1 dan b_2), yaitu c_{1C} = \$10 adalah biaya terkecil ketiga dari keseluruhan tabel. Maka x_{1C} mendapat prioritas pengalokasian keempat. Jumlah unit yang dialokasikan adalah x_{1C} = min ($a_1 - b_2$, a_1) = min (150 - 25, 150) = min (125, 150) = 125. Nilai untuk a_1 sudah terpenuhi.
5. Selanjutnya lihat biaya terkecil berikutnya (selain b_1 dan b_2), yaitu c_{2C} = \$11 adalah biaya terkecil keempat dari keseluruhan tabel. Maka x_{2C} mendapat prioritas pengalokasian kelima. Jumlah unit yang dialokasikan adalah x_{2C} = min (300 – 125, 175) = min (175, 175) = 175. Seluruh pasokan dan permintaan sudah teralokasikan.

Tabel 7.6 Tabel Solusi Fisibel Metode Least Cost

Elevator Biji-bijian \ Pabrik	Chicago		St. Louis		Cincinnati		Pasokan
Kansas City		$6	25	$8	125	$10	150
Omaha		$7		$11	175	$11	175
Des Moines	200	$4	75	$5		$12	275
Permintaan	200		100		300		600

Jumlah pasokan dan permintaan sudah membentuk solusi fisibel awal, sehingga biaya minimalnya adalah:

$Z = \$6x_1A + \$8x_1B + \$10x_1C + \$7x_2A + \$11x_2B + \$11x_2C + \$4x_3A + \$5x_3B + \$12x_3C$

$= \$6x0 + \$8x25 + \$10x125 + \$7x0 + \$11x0 + \$11x175 + \$4x200 + \$5x75 + \$12x0$

$= \$4.550$

Lebih efisien dibandingkan dengan *North West Corner* (NWCR).

c) Metode VAM (*Vogel Aproximation Method*)

Metode Vogel merupakan metode yang mudah, lebih cepat, dan terbaik dari kedua cara di atas, untuk mengatur alokasi dari beberapa sumber ke daerah tujuan. Tahap-tahap penyelesaian dengan Metode Vogel adalah sebagai berikut (Harsono, 2016):

Tabel 7.7 Tabel Solusi Fisibel Metode Least Cost lanjutan 1

Elevator Biji-bijian \ Pabrik	Chicago	St. Louis	Cincinnati	Pasokan	Penalty baris
Kansas City	\$6	\$8	\$10	150	2
Omaha	\$7	\$11	\$11	175	4
Des Moines	\$4	\$5	\$12	275	1
Permintaan	200	100	300	600	
Penalty kolom	2	3	1		

1. Tentukan selisih biaya terkecil dan yang kedua terkecil dari tiap-tiap baris dan kolom untuk menghasilkan ***penalty*** (selisih).

a. Pilih baris atau kolom yang memiliki *penalty* biaya terbesar.

b. Alokasikan pada sel yang memiliki biaya terkecil di baris atau kolom yang terpilih pada Langkah (2).

c. Lanjutkan sampai selesai.

d. Dengan mengambil contoh di atas, tentukan selisih biaya terkecil dan yang kedua terkecil dari tiap-tiap baris dan kolom.

e. Baris kedua memiliki *penalty* yang terbesar (= 4) dan karena x_{2A} memiliki biaya terkecil di dalam barisnya, maka alokasikan x_{2A} = 200. Dengan demikian, b_1 sudah terpenuhi. Dalam hal ini kolom 1 akan ditandai, maka sisa permintaan untuk kolom 1 menjadi 0. Tabel baru menjadi:

Tabel 7.8 Tabel Solusi Fisibel Metode Least Cost lanjutan 2

Elevator Biji-bijian \ Pabrik	Chicago	St. Louis	Cincinnati	Pasokan	Penalty baris
Kansas City	\$6	x_{1B} \$8	x_{1C} \$10	150	2
Omaha	\$7	x_{2B} \$11	x_{2C} \$11	175	4
Des Moines	200 \$4	x_{3B} \$5	x_{3C} \$12	275	1
Permintaan	0	100	300	600	
Penalty kolom	-	3	1		

Selanjutnya ulangi menghitung *penalty* (kecuali kolom 1). Baris ketiga memiliki *penalty* yang terbesar (= 7) dan karena x_{3B} memiliki biaya terkecil di dalam barisnya, maka alokasikan $x_{3B} = a_3 - b_1 = 275 - 200 = 75$. Dengan demikian, a_3 sudah terpenuhi. Dalam hal ini baris 3 akan ditandai, maka sisa pasokan untuk baris 3 menjadi 0.

Tabel baru menjadi:

Tabel 7.9 Tabel Solusi Fisibel Metode Least Cost lanjutan 3

Pabrik / Elevator Biji-bijian	Chicago	St. Louis	Cincinnati	Pasokan	Penalty baris
Kansas City	\$6	x_{1B} \$8	x_{1C} \$10	150	2
Omaha	\$7	x_{2B} \$11	x_{2C} \$11	175	0
Des Moines	200 \$4	75 \$5	\$12	0	7
Permintaan	0	100	300	600	
Penalty kolom	-	3	1		

Selanjutnya ulangi menghitung *penalty* (kecuali kolom 1 dan baris 3). Kolom kedua memiliki *penalty* yang terbesar (= 3) dan karena x_{1B} memiliki biaya terkecil di dalam barisnya, maka alokasikan x_{1B} = 100 - 75 = 25. Dengan demikian, b_2 sudah terpenuhi. Dalam hal ini kolom 2 akan ditandai, maka sisa pasokan untuk kolom 2 menjadi 0. Tabel baru menjadi:

Tabel 7.10 Tabel Solusi Fisibel Metode Least Cost lanjutan 4

Pabrik / Elevator Biji-bijian	Chicago	St. Louis	Cincinnati	Pasokan	Penalty baris
Kansas City	\$6	25 \$8	x_{1C} \$10	150	2
Omaha	\$7	\$11	x_{2C} \$11	175	0
Des Moines	200 \$4	75 \$5	\$12	0	-
Permintaan	0	0	300	600	
Penalty kolom	-	3	1		

Selanjutnya ulangi menghitung *penalty* (kecuali kolom 1, 2, dan baris 3). Baris kedua memiliki *penalty* yang terbesar (= 11) dan karena x_{1C} memiliki biaya terkecil di dalam barisnya, maka alokasikan x_{1C} = 150 - 25 = 125. Dengan demikian, a_1 sudah terpenuhi. Dalam hal ini Baris 1 akan ditandai, maka sisa pasokan untuk pasokan baris 1 menjadi 0. Tabel baru menjadi:

Tabel 7.11 Tabel Solusi Fisibel Metode Least Cost lanjutan 5

Pabrik / Elevator Biji-bijian	Chicago	St. Louis	Cincinnati	Pasokan	Penalty baris
Kansas City	\$6	25 \$8	125 \$10	0	10
Omaha	\$7	\$11	x_{2C} \$11	175	11
Des Moines	200 \$4	75 \$5	\$12	0	-
Permintaan	0	0	300	600	
Penalty kolom	-	-	1		

S... isa sa... tu-satunya biaya yang tersisa, maka alokasikan x_{2C} = 300 - 125 = 175. Dengan demikian, seluruh pasokan dan permintaan sudah terpenuhi. Dalam hal ini kolom 3 akan ditandai, maka sisa pasokan untuk pasokan baris dan kolom 3 menjadi 0. Tabel baru menjadi:

Tabel 7.12 Solusi Fisibel Metode Vogel Appoximation Method

Pabrik / Elevator Biji-bijian	Chicago	St. Louis	Cincinnati	Pasokan	Penalty baris
Kansas City	\$6	25 \$8	125 \$10	0	10
Omaha	\$7	\$11	175 \$11	0	11
Des Moines	200 \$4	75 \$5	\$12	0	-
Permintaan	0	0	0	600	
Penalty kolom	-	-	-		

Jumlah pasokan dan permintaan sudah membentuk solusi fisibel awal, sehingga biaya minimalnya adalah:

Z = \$6x_1A + \$8x_1B + \$10x_1C + \$7x_2A + \$11x_2B + \$11x_2C + \$4x_3A + \$5x_3B + \$12x_3C
= \$6x0 + \$8x25 + \$10x125 + \$7x0 + \$11x0 + \$11x175 + \$4x200 + \$5x75 + \$12x0
= \$4.550

2. Lakukan Cek Optimalisasi
Cek optimalisasi adalah tahapan berikutnya dari teknik pemecahan persoalan transportasi setelah fisibel awal diperoleh. Dua cara yang digunakan, yaitu metode *Stepping Stone* dan *Modified Distribution Method* (Modi), dengan syarat:
Jumlah sel yang terisi : (m + n) – 1
m = jumlah baris tabel transportasi
n = jumlah kolom tabel transportasi

d) Metode Stepping Stone
Menggunakan tabel fisibel awal pada metode *North west Corner*, didapatkan biaya minimalnya adalah:
Z= \$6x150 + \$8x0 + \$10x0 + \$7x50 + \$11x100 + \$11x25 + \$4x0 + \$5x0 +
\$12x275
= \$5.925

Tabel 7.13 Tabel metode stepping stone

Pabrik / Elevator Biji-bijian	Chicago		St. Louis		Cincinnati		Pasokan (a_i)
Kansas City	*150*	\$6		\$8		\$10	150
Omaha	*50*	\$7	*100*	\$11	*25*	\$11	175
Des Moines		\$4		\$5	275	\$12	275
Permintaan (b_j)	200		100		300		600

Periksa sel kosong:

x_{1B} = 8 – 11 + 7 – 6 = -2

x_{1C} = 10 – 11 + 11 – 8 = 2

x_{3A} = 4 – 7 + 11 – 5 = 3

x_{3B} = 5 – 11 + 11 – 12 = -7

1. Lakukan Perbaikan Tabel

   Karena pada x_{1B} dan x_{3B} bertanda negatif (-) dan yang memberikan penurunan biaya terbesar yaitu x_{3B}, maka perlu dilakukan perubahan tabel sebagai berikut:

Tabel 7.14 Tabel perbaikan metode stepping stone 1

Pabrik / Elevator Biji-bijian	Chicago		St. Louis		Cincinnati		Pasokan (a_i)
Kansas City	150	\$6		\$8		\$10	150
Omaha	50	\$7	100	\$11	25	\$11	175
Des Moines		\$4		\$5	275	\$12	275
Permintaan (b_j)	200		100		300		600

menjadi:

Tabel 7.15 Tabel perbaikan metode stepping stone 2

Pabrik / Elevator Biji-bijian	Chicago		St. Louis		Cincinnati		Pasokan (a_i)
Kansas City	150	\$6		\$8		\$10	150
Omaha	50	\$7		\$11	125	\$11	175
Des Moines		\$4	100	\$5	175	\$12	275
Permintaan (b_j)	200		100		300		600

2. Kembali ke Langkah 3

   Periksa kembali sel kosong:

   x_{1B} = 8 – 11 + 7 – 6 = -2

x_{1C} = 10 – 11 + 11 – 8 = 2
x_{3A} = 4 – 7 + 11 – 5 = 3
x_{2B} = 11 – 5 + 4 – 7 = 5
Karena pada x_{1B} bertanda negatif (-), maka perlu dilakukan perubahan tabel sebagai berikut:

Tabel 7.16 Tabel perbaikan metode stepping stone 3

Pabrik / Elevator Biji-bijian	Chicago	St. Louis	Cincinnati	Pasokan (a_i)
Kansas City	150 $6	$8	$10	150
Omaha	50 $7	$11	125 $11	175
Des Moines	$4	100 $5	175 $12	275
Permintaan (b_j)	200	100	300	600

menjadi:

Tabel 7.17 Solusi Optimal dengan Stepping Stone 4

Pabrik / Elevator Biji-bijian	Chicago	St. Louis	Cincinnati	Pasokan (a_i)
Kansas City	100 $6	50 $8	$10	150
Omaha	100 $7	$11	75 $11	175
Des Moines	$4	50 $5	225 $12	275
Permintaan (b_j)	200	100	300	600

Periksa kembali sel kosong:
x_{1C} = 10 – 11 + 11 – 8 = 2
x_{2B} = 11 – 5 + 4 – 7 = 3
x_{3C} = 4 – 7 + 11 – 5 = 3

Karena harga pada c_{ij} tidak ada lagi yang bertanda negatif (-), maka distribusi tersebut sudah optimal. Sehingga biaya minimal adalah:

Z= \$6x_1A + \$8x_1B + \$10x_1C + \$7x_2A + \$11x_2B + \$11x_2C + \$4x_3A + \$5x_3B + \$12x_3C

= \$6x100 + \$8x50 + \$10x0 + \$7x100 + \$11x0 + \$11x75 + \$4x0 + \$5x50 + \$12x225

= \$5.475

e) Modified Distribution Method (Modi)

Menggunakan tabel fisibel awal pada metode *North west Corner* memisalkan bahwa Sumber adalah *u* dan Tujuan adalah *v*:

Tabel 7.18 Tabel Modified Distribution Method 1

Pabrik / Elevator Biji-bijian	Chicago (v_1)	St. Louis (v_2)	Cincinnati (v_3)	Pasokan (a_i)
Kansas City (u_1)	*150* \$6	\$8	\$10	150
Omaha (u_2)	*50* \$7	*100* \$11	*25* \$11	175
Des Moines (u_3)	\$4	\$5	275 \$12	275
Permintaan (b_j)	200	100	300	600

Hitung biaya setiap sel yang terisi dengan cara:

$c_{1A} = u_1 + v_1 = 6$

$c_{2A} = u_2 + v_1 = 7$

$c_{2B} = u_2 + v_2 = 11$

$c_{2C} = u_2 + v_3 = 11$

$c_{3C} = u_3 + v_3 = 12$

Jika diasumsikan nilai $u_1 = 0$, maka nilai setiap u_i dan v_j akan diperoleh:

$c_{1A} = 0 + v_1 = 6$

$c_{2A} = u_2 + 6 = 7$
$c_{2B} = 1 + v_2 = 11$
$c_{2C} = 1 + v_3 = 11$
$c_{3C} = u_3 + 10 = 12$
Nilai $v_1 = 6$, $u_2 = 1$, $v_2 = 10$, $v_3 = 10$, $u_3 = 2$.
Untuk sel kosong:
$c_{1B} = 8 - u_1 - v_2 = 8 - 0 - 10 = -2$
$c_{1C} = 10 - u_1 - v_3 = 10 - 0 - 10 = 0$
$c_{3A} = 4 - u_3 - v_1 = 4 - 2 - 6 = -4$
$c_{3B} = 5 - u_3 - v_2 = 5 - 2 - 10 = -7$
Karena pengujian pada c_{1B}, c_{3A}, dan c_{3B} bernilai negatif (-) dan c_{3B} mengalami penurunan yang terbesar, maka alokasikan c_{3B} terlebih dahulu dan perlu dilakukan perubahan tabel sebagai berikut:

Tabel 7.19 Tabel Modified Distribution Method 2

Pabrik / Elevator Biji-bijian	Chicago (v_1)	St. Louis (v_2)	Cincinnati (v_3)	Pasokan (a_i)
Kansas City (u_1)	*150* \$6	\$8	\$10	150
Omaha (u_2)	*50* \$7	*100* \$11	*25* \$11	175
Des Moines (u_3)	\$4	\$5	275 \$12	275
Permintaan (b_j)	200	100	300	600

menjadi:

Tabel 7.20 Tabel Modified Distribution Method 3

Pabrik / Elevator Biji-bijian	Chicago (v_1)		St. Louis (v_2)		Cincinnati (v_3)		Pasokan (a_i)
Kansas City (u_1)	*150*	\$6		\$8		\$10	**150**
Omaha (u_2)	*50*	\$7		\$11	*125*	\$11	**175**
Des Moines (u_3)		\$4	*100*	\$5	175	\$12	**275**
Permintaan (b_j)	200		100		300		600

Hitung kembali biaya setiap sel yang terisi dengan cara:

$c_{1A} = u_1 + v_1 = 6$

$c_{2A} = u_2 + v_1 = 11$

$c_{2C} = u_2 + v_3 = 11$

$c_{3B} = u_3 + v_2 = 4$

$c_{3C} = u_3 + v_3 = 12$

Jika diasumsikan nilai $u_1 = 0$, maka nilai setiap u_i dan v_j akan diperoleh:

$c_{1A} = 0 + v_1 = 6$

$c_{2A} = u_2 + 6 = 11$

$c_{2C} = 5 + v_3 = 11$

$c_{3B} = 6 + v_2 = 4$

$c_{3C} = u_3 + 6 = 12$

Nilai $v_1 = 6$, $u_2 = 5$, $v_2 = -2$, $v_3 = 6$, $u_3 = 6$.

Untuk sel kosong:

$c_{1B} = 8 - u_1 - v_2 = 8 - 0 - 5 = 3$

$c_{1C} = 10 - u_1 - v_3 = 10 - 0 - 6 = 4$

$c_{2B} = 7 - u_2 - v_2 = 11 - 5 - (-2) = 8$

$c_{3A} = 4 - u_3 - v_2 = 4 - 6 - (-2) = 0$

Karena harga pada c_{ij} tidak ada lagi yang bertanda negatif (-), maka distribusi tersebut sudah optimal. Sehingga biaya minimal adalah:

$Z = \$6x_1A + \$8x_1B + \$10x_1C + \$7x_2A + \$11x_2B + \$11x_2C + \$4x_3A + \$5x_3B + \$12x_3C$

$= \$6x150 + \$8x0 + \$10x0 + \$7x50 + \$11x0 + \$11x125 + \$4x0 + \$5x100 + \$12x175$

$= \$5.225$

Bab 9. Metode Sistem Pendukung Keputusan

Pada Riset Operasi banyak digunakan metode-metode, teknik-teknik dan aplikasi ilmiah dalam menyelesaikan permasalahan yang ada. Salah satu metode yang digunakan pada riset oeprasi adalah metode berbasis Sistem Pendukung Keputusan. Pada bagian ini penulis akan menguraikan mengenai Sistem Pendukung Keputusan, Metode *Simple Additive Weighting* dan Studi kasus pemilihan Dosen Berprestasi menggunakan Metode *Simple Additive Weighting.*

9.1 Sistem Pendukung Keputusan

Salah satu metode atau cara yang dapat digunakan pada Riset Operasi adalah Sistem Pendukung Keputusan. Konsep Sistem Pendukung Keputusan (SPK) atau Decision Support System (DSS) pertama kali diungkapkan pada awal tahun 1970-an oleh Michael S. Scott Mortondengan istilah Management Decision System (Devi Marta Ariyanti et.al, 2015).

Definisi sistem pendukung keputusan menurut Linny Oktovianny bahwa yaitu "Sistem pendukung keputusan merupakan suatu sistem interaktif' yang pendukung keputusan dalam proses pengambilan keputusan melalui alternatif-alternatif yang diperoleh dari hasil pengolahan data, informasi dan rancangan model (Oktovianny et.al, 2008). Sistem pendukung keputusan adalah bagian dari sistem informasi berbasis komputer yang dipakai untuk mendukung pengambilan keputusan dalam suatu organisasi atau perusahaan." (Herman Rizani, 2009). Sistem sendiri berasal dari bahasa Yunani, yaitu "Systema" yang berarti kesatuan, yaitu bagian-bagian yang mempunyai hubungan satu sama lain. Keputusan dapat diartikan sebagai pemililihan dari beberapa pilihan. Pengertian keputusan disini berarti mempunyai tiga pengertian dasar, yaitu 1. terdapat pilihan berdasarkan pertimbangan, 2. terdapat pilihan yang harus dipilih salah satu dan yang terbaik, serta 3. terdapat tujuan yang ingin dicapai.

Berdasarkan pengertian dua kata ini dapat disimpulkan bahwa Sistem Pendukung Keputusan adalah kumpulan bagian atau sub-sistem yang saling bekerja sama untuk mendukung pengambilan keputusan. Pada sistem pendukung keputusan terdapat banyak metode yang digunakan, diantaranya adalah : Sistem Pakar, Metode Regresi Linier, Metode Logika *Fuzzy*, Metode *Simple Additive Weighting* , dan lain nya.

9.2 *Simple Additive Weighting*

Metode *Simple Additive Weighting* atau sering dikenal dengan metode penjumlahan terbobot. Konsep dasar metode SAW adalah mencari penjumlahan terbobot dari rating kinerja pada setiap alternatif dari semua atribut. metode SAW membutuhkan proses normalisasi matrik keputusan (X) ke suatu skala yang dapat diperbandingkan dengan semua rating alternatif yang ada (Sri Kusumadewi et.al, 2006).

Maksud dari istilah ini adalah mencari penjumlahan dari pembobotan dari rating atau nilai kinerja dari masing-masing alternatif dari kriteria yang ada. Metode ini membutuhkan proses normalisasi matrik keputusan ke suatu skala yang dapat membandingkan semua rating alternatif yang ada. Metode SAW mengenal adanya 2 (dua) atribut yaitu kriteria keuntungan (benefit) dan kriteria biaya (cost). Perbedaan mendasar dari kedua kriteria ini adalah dalam pemilihan kriteria ketika mengambil keputusan (Muhammad Ardiansyah Sembiring, 2017).

Pada Metode *Simple Additive Weighting* terdapat tahapan-tahapan yang dilakukan untuk mendapatkan nilai terbesar yang dipilih sebagai alternatif yang terbaik, tahapan-tahapan pada metode ini adalah sebagai berikut :

1. Menentukan kriteria-kriteria yang dijadikan sebagai acuan penilaian atau pengambil keputusan, biasa disimbolkan dengan Ci
2. Menentukan rating kesamaan untuk setiap alternatif untuk setiap kriteria
3. Membuat matrik keputusan berdasarkan kriteria (Ci), selanjutnya melakukan normalisasi matriks berdasarkan persamaan yang disesuaikan dengan atribut keuntungan dan atribut biaya sehingga diperoleh matrik ternolasiasi R
4. Hasil akhir : adalah proses penjumlahan dari perkalian matrik ternormalisasi R dengan vektor bobot. Alternatif terbaik adalah nilai terbesar yang biasa disimbolkan dengan (Ai)

   Persamaan untuk proses normalisasi adalah sebagai berikut :

$$r_{ij} \begin{cases} \dfrac{x_{ij}}{Max\, x_{ij}} & \text{Jika j adalah atribut Keuntungan (benefit)} \\ \dfrac{Min\ x_{ij}}{x_{ij}} & \text{Jika j adalah atribut biaya (cost)} \end{cases}$$

Keterangan :

R_{ij} = rating kinerja ternormalisasi
Max_{ij} = nilai maksimum dari setiap baris dan kolom
Min_{ij} = nilai minimum dari setiap baris dan kolom
X_{ij} = baris dan kolom matriks

Dengan rij adalah rating kinerja ternormalisasi dari alternatif Ai pada setiap atribut C_j ; i = 1, 2,…m dan j = 1, 2, ..n.

Nilai preferensi untuk setiap alternatif (V) diberikan persamaan :

$$Vi = \sum_{j=1}^{n} W_j r_{ij}$$

Keterangan :

V_i = Nilai akhir dari alternatif

W_j = Bobot yang telah ditentukan

r_{ij} = Normalisasi matriks

Nilai V yang lebih besar mengindikasikan bahwa alternatif Ai lebih terpilih.

9.3 Studi Kasus Penilaian Dosen Berprestasi

Sebagai contoh penerapan Metode *Simple Additive Weighting*, penulis akan mencoba mencari Dosen Berprestasi pada suatu Perguruan Tinggi. Ada tujuh Dosen yang akan dinilai berdasarkan empat kriteria penilaian, yaitu 1. Penilaian berdasarkan kegiatan pengajaran, 2. Penilaian berdasarkan kegiatan penelitian, 3. Penilaian berdasarkan kegiatan pengabdian kepada masyarakat, 4. Penilaian berdasarkan Kegiatan penunjang tri darma. Masing-masing kriteria ini akan di berikan bobot nilai masing-masing. Kriteria penilaian ini termasuk ke dalam kategori keuntungan (benefit). Bobot masing-masing kriteria ini dapat dilihat pada tabel 9.1 berikut ini :

Tabel 9.1 Kriteria dan Bobot

No	**Nama Kriteria**	**Nilai Bobot (Wj) (%)**	Atribut
1	Pengajaran (C1)	45	Benefit
2	Penelitian (C2)	35	Benefit
3	Pengabdian (C3)	10	Benefit
4	Penunjang (C4)	10	Benefit
	Jumlah	**100**	

Berdasarkan hasil peneliaan dari Perguruan Tinggi terdapat tujuh alternatif Dosen dengan nilai pada masing-masing kriteria dapat dilihat pada tabel 9.2. berikut ini.

Tabel 9.2 Penilaian dari Setiap Alternatif

No	Dosen	C1	C2	C3	C4
1	Afifa	80	90	90	75
2	M.Zaky	90	90	85	80
3	Yunizar	70	80	75	80
4	Al Syafig	80	80	70	85
5	Siti	70	70	80	70
6	Choirunnisa	90	85	80	80
7	Hanafiah	70	70	70	90

Penyelesaian :

Langkah awal adalah elakukan normalisasi pada setiap nilai alternatif di setiap atribut denga cara menghitung rating kinerja :

1. Pertama Normalisasi untuk nilai bagian pendidikan (C1) :

$$R11 = \frac{80}{max(80,90,70,80,70,90,70)} = 80/90 = 0,889$$

$$R21 = \frac{90}{max(80,90,70,80,70,90,70)} = 90/90 = 1$$

$$R31 = \frac{70}{max(80,90,70,80,70,90,70)} = 70/90 = 0,777$$

$$R41 = \frac{80}{max(80,90,70,80,70,90,70)} = 80/90 = 0,889$$

$$R51 = \frac{70}{max(80,90,70,80,70,90,70)} = 70/90 = 0,777$$

$$R61 = \frac{90}{max(80,90,70,80,70,90,70)} = 90/90 = 1$$

$$R71 = \frac{70}{max(80,90,70,80,70,90,70)} = 70/90 = 0,777$$

2. Kedua Normalisasi untuk nilai bagian penelitian (C2) :

$$R21 = \frac{90}{max(90,90,80,80,70,85,70)} = 90/90 = 1$$

$$R22 = \frac{90}{max(90,90,80,80,70,85,70)} = 90/90 = 1$$

$$R32 = \frac{80}{max(90,90,80,80,70,85,70)} = 80/90 = 0,889$$

$$R42 = \frac{80}{max(90,90,80,80,70,85,70)} = 80/90 = 0,889$$
$$R52 = \frac{70}{max(90,90,80,80,70,85,70)} = 70/90 = 0,777$$
$$R62 = \frac{85}{max(90,90,80,80,70,85,70)} = 85/90 = 0,944$$
$$R72 = \frac{70}{max(90,90,80,80,70,85,70)} = 70/90 = 0,777$$

3. Ketiga Normalisasi untuk nilai bagian pengabdian (C3) :
$$R21 = \frac{90}{max(90,85,75,70,80,80,70)} = 80/90 = 1$$
$$R22 = \frac{85}{max(90,85,75,70,80,80,70)} = 85/90 = 0,944$$
$$R32 = \frac{75}{max(90,85,75,70,80,80,70)} = 75/90 = 0,833$$
$$R42 = \frac{70}{max(90,85,75,70,80,80,70)} = 70/90 = 0,777$$
$$R52 = \frac{80}{max(90,85,75,70,80,80,70)} = 80/90 = 0,889$$
$$R62 = \frac{80}{max(90,85,75,70,80,80,70)} = 80/90 = 0,889$$
$$R72 = \frac{70}{max(90,85,75,70,80,80,70)} = 70/90 = 0,777$$

4. Keempat Normalisasi untuk nilai bagian penunjang (C4) :
$$R21 = \frac{75}{max(75,80,80,85,70,80,90)} = 75/90 = 0,833$$
$$R22 = \frac{80}{max(75,80,80,85,70,80,90)} = 80/90 = 0,889$$
$$R32 = \frac{80}{max(75,80,80,85,70,80,90)} = 80/90 = 0,889$$
$$R42 = \frac{85}{max(75,80,80,85,70,80,90)} = 85/90 = 0,944$$
$$R52 = \frac{70}{max(75,80,80,85,70,80,90)} = 70/90 = 0,777$$
$$R62 = \frac{80}{max(75,80,80,85,70,80,90)} = 80/90 = 0,889$$
$$R72 = \frac{90}{max(75,80,80,85,70,80,90)} = 90/90 = 1$$

Maka diperoleh Matrik Ternormalisasi sebagai berikut :

$$\begin{pmatrix} 0,889 & 1 & 1 & 0,833 \\ 1 & 1 & 0,944 & 0,889 \\ 0,777 & 0,889 & 0,833 & 0,889 \\ 0,889 & 0,889 & 0,777 & 0,944 \\ 0,777 & 0,777 & 0,889 & 0,777 \\ 1 & 0,944 & 0,889 & 0,889 \\ 0,777 & 0,777 & 0,777 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Menghitung nilai bobot preferensi pada setiap alternatif (Vi)

V1 = (W1 * R11) + (W2 * R12) + (W3 * R13) + (W4 * R14)
= (0,889 * 45) + (1 * 35) + (1 * 10) + (0,833 * 10)
= 40, 005 + 35 + 10 + 8,33 = **93,33**

V2 = (W1 * R21) + (W2 * R22) + (W3 * R23) + (W4 * R24)
= (1 * 45) + (1 * 35) + (0,944 * 10) + (0,899 * 10)
= 45 + 35 + 9,44 + 8,89 = **98,33**

V3 = (W1 * R31) + (W2 * R32) + (W3 * R33) + (W4 * R34)
= (0,777 * 45) + (0,889 * 35) + (0,833 * 10) + (0,889 * 10)
= 34,96 + 31,11 + 8,33 + 8,89 = **83,29**

V4 = (W1 * R41) + (W2 * R42) + (W3 * R43) + (W4 * R44)
= (0,889 * 45) + (0,889 * 35) + (0,777 * 10) + (0,944 * 10)
= 40, 005 + 31,11 + 7,77 + 9,44 = **88,32**

V5 = (W1 * R51) + (W2 * R52) + (W3 * R53) + (W4 * R54)
= (0,777 * 45) + (0,777 * 35) + (0,889 * 10) + (0,777 * 10)
= 34,965 + 27,19 + 8,89 + 7,77 = **78,81**

V6 = (W1 * R61) + (W2 * R62) + (W3 * R63) + (W4 * R64)
= (1 * 45) + (0,944 * 35) + (0,889 * 10) + (0,889 * 10)
= 45 + 33,04+ 8,89 + 8,89 = **95, 82**

V7 = (W1 * R71) + (W2 * R72) + (W3 * R73) + (W4 * R74)
= (0,777 * 45) + (0,777 * 35) + (0,777 * 10) + (1 * 10)
= 34,965 + 27,19 + 7,77 + 10 = **79,92**

6. Melakukan perangkingan berdasarkan nilai bobot preferensinya :
   Berdasarkan nilai yang di dapat dari perhitungan sebelumnya, dihasilkan tabel perangkingan, dimana nilai tertinggi menjadi rangking tertinggi (Dosen Berprestasi). Hasil perangkingan dapat dilihat pada Tabel 9.3 berikut ini :

Tabel 9.3 Perangkingan (Peringkat Dosen Berprestasi)

Dosen	Nilai Bobot Preferensi (Vi)	Peringkat
Afifa	93.33	Peringkat 3
M.Zaky	98,33	Peringkat 1
Yunizar	83,29	Peringkat 5
Al Syafig	88,32	Peringkat 4
Siti	78,81	Peringkat 7
Choirunnisa	95,82	Peringkat 2
Hanafiah	79,92	Peringkat 6

Bab 10. Metode CPM/PERT

10.1 Pendahuluan

Selain memerlukan SDM yang handal, pekerjaan sebuah proyek juga harus diperkut dengan sistem manajemen yang baik. Sebelum pelaksanaan sebuah proyek, kegiatan perencanaan proyek adalah masalah esensial dikarenakan menjadi dasar sebuah proyek dapat dilaksanakan dengan tepat waktu dan biaya optimal. Untuk membantu perencanaan sebuah proyek, metode CPM (*Critical Path Method*) dan PERT (*Program Evaluation and Review Technique*) adalah alat atau metode yang digunakan berkaitan dengan perencanaan, pengendalian biaya serta waktu penyelesaian sebuah proyek.

Penerapan metode CPM dan PERT dalam pelaksanaan proyek membantu pekerjaan proyek berjalan sesuai rencana serta berdampak pada hasil yang lebih memuaskan. Waktu dan biaya pada perencanaan proyek konstruksi yang dioptimalkan sangat penting untuk diketahui. Sehingga diperlukan jaringan kerja proyek (*network*) agar bisa dilakukan optimasi. Berdasarkan jaringan kerja tersebut, akan diketahui kegiatan-kegiatan yang bersifat kritis dan durasi proyek dapat dihitung. Sedangkan pada metode PERT ditekankan pada upaya mendapatkan durasi waktu yang paling baik. Perencanaan proyek menggunakan metode PERT dilakukan dengan membagi proyek kedalam banyak *event* dan kegiatan berupa bagian-bagian kecil setiap pekerjaan. Sedangkan pada bagian kegiatannya ditentukan waktu yang diperlukan yang menghasilkan waktu penyelesaian proyek secara keseluruhan dapat lebih teliti.

Sedikit berbeda dengan metode PERT, maka metode CPM merupakan alat bantu untuk merencanakan dan mampu mengendalikan waktu serta biaya agar waktu penyelesaian sebuah proyek dan biaya dapat ditekan seminimal mungkin. Para praktisi banyak menggunakan metode perencanaan proyek melalui metode CPM dan PERT yang mampu mengkategorikan kegiatan kritis dan tidak kritis. Aktivitas dikategorikan kritis apabila pelaksanaan dari aktivitas proyek tersebut tidak dapat ditunda. Dikarenakan apabila terjadi penundaan akan mempengaruhi kegiatan dan aktivitas lainnya sehingga total waktu penyelesaian proyek semakin lama. Sedangkan aktivitas tidak kritis berlaku sebaliknya, tidak berdampak pada aktivitas lainnya apabila terjadi penundaan dan waktu penyelesaian proyek tidak terpengaruh secara keseluruhan. Dengan menggunakan sistem CPM dan PERT maka diharapkan proyek pekerjaan akan dilaksanakan secara terkendali, sistematis, efektif, dan efisien (Wulan ER, 2019).

Meskipun pada awalnya sistem PERT digunakan sebagai evaluator penjadwalan program penelitian dan pengembangan, namun juga dapat dimanfaatkan untuk mengukur dan mengendalikan progress pada proyek-proyek khusus seperti poyek pemrograman komputer, penyiapan dan penawaran proposal proyek, instalasi sistem komputer, bahkan telah banyak digunakan untuk kepentingan produksi film, kampanye politik dan proyek besar lainnya (Hiller FS. et al, 1990).

10.2 Konsep CPM dan PERT dalam Manajemen Proyek

Penentuan waktu dan biaya pengerjaan proyek, selama ini perusahaan menggunakan dasar pengalaman. Dikarenakan seringkali pada saat mendapatkan masalah terkait waktu penyelesaian proyek disebabkan oleh faktor ekternal sehingga penyelesaian proyek tidak sesuai dengan yang direncanakan.

Sehingga diperlukan metode untuk mengelola proyek sehingga progress sebuah proyek sesuai dengan rencana awal. Metode yang dapat membantu mempercepat waktu pengerjaan proyek adalah metode CPM yaitu *Critical path methode* atau biasa disebut Jalur Kritis, dan PERT singkatan dari *Project Evaluation and Review Technique.*

Untuk proyek dalam skala besar, metode CPM atau PERT adalah metode yang paling sering digunakan yang mampu menghindari terjadinya penundaan akibat kendala produksi dan melakukan koordinasi semua bagian dalam proyek secara optimal. Dengan menggunakan metode ini diharapkan pelaksanaan proyek dapat terkendali dan sistematis sehingga waktu penyelesaian proyek dapat efesien dan efektif. Konsep CPM dan PERT akan dijelaskan berikutnya.

10.3 Pengertian CPM

CPM atau *Critical Path Method* adalah metode analisis perancangan proyek dengan menggunakan perkiraan waktu tetap untuk setiap kegiatannya. Metode CPM mampu melakukan optimalisasi total biaya proyek melalui pengurangan waktu penyelesaian total proyek. Dengan demikian metode CPM mampu menyelesaikan tahapan proyek dengan menghemat waktu. Metode CPM sering diimplementasikan oleh proyek-proyek kontruksi dan kalangan industri. Metode CPM dapat dipakai dengan syarat apabila durasi pekerjaan telah diketahui dan tidak fluktuatif. Ciri dari CPM adalah menggunakan satu jenis waktu untuk taksiran waktu kegiatan. Berikut ini tahapan dalam menentukan CPM adalah:

1. Menentukan kegiatan individu
2. Menentukan urutan kegiatan
3. Menggambar diagram jaringan
4. Melakukan perkiraan waktu penyelesaian aktivitas

5. Melakukan identifikasi jalur kritis
6. Melakukan perbaruan diagram CPM

10.4 Pengertian PERT

Pengembangan metode PERT dilakukan pada akhir tahun 1950-an. Sebuah pekerjaan proyek U.S. Navy's Polaris yang memiliki ribuan kontraktor dikelola dengan metode PERT untuk mengurangi waktu dan biaya yang dibutuhkan agar proyek dapat terselesaikan dari awal hingga berakhir. PERT (*Program Evaluation and Review Technique*) merupakan model jaringan untuk merencanakan dan mengendalikan sebuah proyek atau pekerjaan melalui pemetaan waktu penyelesaian kegiatan yang acak. Metode PERT bisa dikatakan adalah metode manajemen waktu yang akurat atas tiap aktivitas dalam proyek. Jenis waktu yang digunakan dalam PERT (Heizer dan Render, 2005) adalah tiga jenis yaitu :

1. t_o , yaitu perkiraan waktu paling optimis
2. t_m, yaitu perkiraan waktu paling mungkin
3. t_p, yaitu perkiraan waktu paling pesimis.

Waktu yang diharapkan untuk suatu kegiatan dihitung berdasarkan rata-rata tertimbang dari tiga jenis waktu tersebut, dapat dihitung sebagai berikut:

$$t = \frac{(t_o + 4t_m + t_p)}{6}$$

Langkah-langkah dalam menentukan PERT:

1. Mengidentifikasi kegiatan spesifik
2. Menentukan urutan kegiatan yang tepat
3. Membangun diagram jaringan
4. Memperkirakan waktu yang diperlukan untuk setiap kegiatan
5. Menentukan jalur kritis
6. Memperbarui grafik PERT

10.5 Simbol-simbol yang digunakan

Untuk menggambarkan suatu jaringan, menggunakan tiga jenis simbol (Herjanto E., 1999) yaitu :

1. Anak panah *(arrow)* yang disimbolkan dengan tanda →, menyatakan kegiatan atau aktivitas (*activity*). Kegiatan ini diartikan sebagai hal yang memerlukan durasi (*duration*) dalam pemakaian *resources* (tenaga kerja, peralatan, material, biaya). Jumlah waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan seluruh pekerjaan proyek dinamakan durasi proyek (Maharany dan Fajarwati, 2006). Kepala anak panah menjadi pedoman arah tiap kegiatan/aktivitas yang menunjukkan bahwa kegiatan dimulai dari permulaan dan berjalan maju sampai akhir dengan arah kiri ke kanan. Bentuk anak panah tidak harus berupa garis lurus, namun bisa berupa garis lengkung atau atas dasar estetika sehingga penampilan diagram jaringan menjadi lebih menarik.
2. Lingkaran kecil (*node)* yang disimbolkan dengan tanda O, menyatakan sebuah kejadian atau peristiwa (*event*). Setiap kegiatan selalu dimulai dengan dengan peristiwa dan diakhiri dengan peristiwa. Setiap peristiwa diberi penomoran sebagai pembeda antar peristiwa. Penomoran dilakukan secara *ascending order*.
3. Anak panah terputus-putus (*dummy*), menunjukkan kegiatan semu (*dummy*) yang berfungsi untuk membatasi mulainya kegiatan. Kegiatan *dummy* memiliki durasi nol karena hanya sebagai penghubung antara dua kegiatan.

Penggunaan simbol-simbol tersebut diatas mengikuti aturan-aturan antara lain (Dimyati, 2018) :

1. Apabila terdapat 2 *event* yang sama, hanya digambar dengan 1 anak panah saja.
2. Nama sebuah kegiatan/aktivitas diberi tanda huruf atau nomor.

3. Aktivitas/kegiatan mengalir mulai dari peristiwa/*event* bernomor rendah ke peristiwa/*event* bernomor tinggi (*ascending order*).
4. Diagram hanya memiliki 1 *initial event* dan 1 *terminal event*.

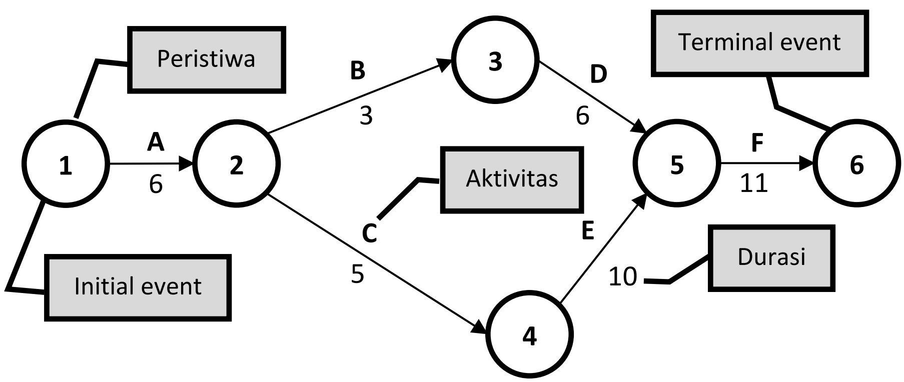
Untuk mempermudah pemahaman menggambar jaringan, akan diberikan contoh berikut ini.

Dari sebuah proyek diperoleh data sebagai berikut :

Tabel 10.1 Rincian kegiatan dan waktu proyek PT. X

Aktivitas	Aktivitas Pendahulu	Lama kegiatan (hari)
A	-	6
B	A	3
C	A	5
D	B	6
E	C	10
F	D, E	11

Berdasarkan tabel 10.1 maka kegiatan proyek dapat dilukiskan dalam suatu bentuk diagram jaringan kerja seperti dibawah ini :

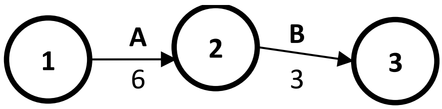


Gambar 10.1 Diagram jaringan kerja

Ketentuan Logika Kegiatan

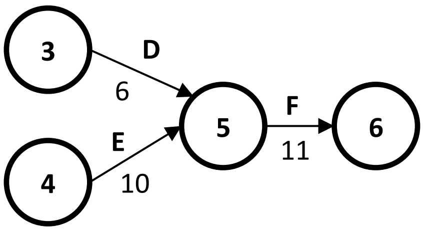
Dengan melihat contoh diagram jaringan diatas, berikut beberapa hal yang harus diperhatikan dalam analisis jaringan yaitu antara lain :

1



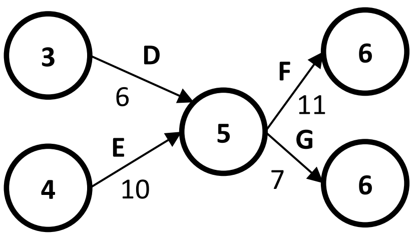
Kegiatan B bisa dimulai setelah kegiatan A selesai

2

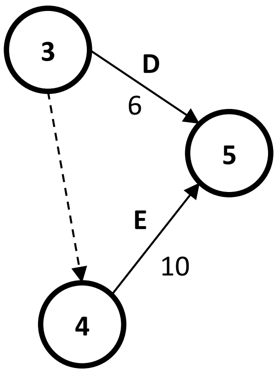


Kegiatan F bisa dimulai setelah kegiatan D dan E selesai. Kegiatan D dan E tidak boleh dilaksanakan secara bersamaan, tetapi bisa berakhir pada kejadian yang sama.

3



Kegiatan F dan G dapat dimulai setelah kegiatan D dan E selesai, dan berakhir pada kejadian yang berbeda.

4 

Dua kejadian yang saling ketergantungan yang dihubungkan dengan dummy.

5 Apabila terdapat 2 aktivitas berbeda yang mulainya pada kejadian yang sama dan berakhir pada kejadian yang sama pula, maka kegiatan tersebut tidak boleh berimpit.

6 Dalam suatu jaringan tidak boleh terjadi arus putar (*loop)*.

7 Nomor peristiwa terkecil adalah nomor dari peristiwa awal dan nomor peristiwa terbesar adalah nomor peristiwa akhir. Nomor peristiwa ditulis di dalam lingkaran (*node*) peristiwa.

8 Tiap kegiatan/aktivitas diberi kode berupa huruf besar, juga boleh diberi kode simbol (i,j), dimana i menyatakan nomor peristiwa awal, dan j menyatakan nomor peristiwa akhir.

10.6 Perhitungan Waktu Proyek

Setelah diagram jaringan sebuah proyek digambar, langkah berikutnya adalah melakukan estimasi waktu yang dibutuhkan untuk masing-masing aktivitas dan melakukan analisis seluruh diagram jaringan untuk menentukan waktu terjadinya masing-masing kegiatan. Yang terpenting dalam penentuan waktu proyek adalah menentukan kapan proyek dapat diselesaikan. Namun dengan syarat bahwa waktu yang diperlukan untuk masing-

masing kegiatan diketahui terlebih dahulu, hubungan antara kegiatan lain dan kapan kegiatan tersebut dimulai dan berakhir.

Penentuan waktu proyek mengenal beberapa istilah yaitu antara lain:

1. *Earliest activity start time* (ES) menunjukkan saat tercepat dimulainya aktivitas.
2. *Earliest activity finish time* (EF) menunjukkan saat tercepat diselesaikannya aktivitas.
3. *Latest activity start time* (LS) menunjukkan saat paling lambat dimulainya aktivitas.
4. *Latest activity finish time* (LF) menunjukkan saat paling lambat diselesaikannya aktivitas.

Perhitungan waktu penyelesaian proyek dilakukan dengan 2 tahap yaitu :

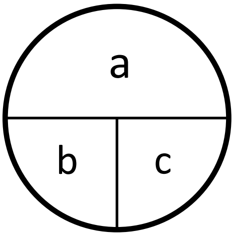
a. Menghitung ES dan EF yang dilakukan secara maju (*forward computation*) yaitu dimulai dari aktivitas awal (peristiwa saat dimulainya proyek) sampai aktivitas terakhir (peristiwa saat berakhirnya proyek). EF untuk suatu aktivitas sama dengan ES ditambah dengan durasi waktu untuk melaksanakan aktivitas tersebut. Atau bisa dirumuskan :

$$EFx = ES_x + t_x$$

b. Menghitung LS dan LF dilakukan secara mundur (*backward computation*) dengan cara dimulai dari aktivitas kegiatan terakhir (dimana EF=LF) menuju aktivitas pertama (dimana ES=LS=0). Perhitungan LS dan LF dapat dirumuskan :

$$LSx = LF_x - t_x$$

Perhitungan waktu proyek dilakukan melalui tabel tabular atau bantuan gambar diagram jaringan sehingga dapat memudahkan dalam menghitung EF dan LF. Untuk membantu perhitungan maju dan mundur ini, lingkaran (*node*) peristiwa/kejadian (*event* dibagi atas tiga bagian yaitu seperti gambar 10.1.



a = nomor peristiwa

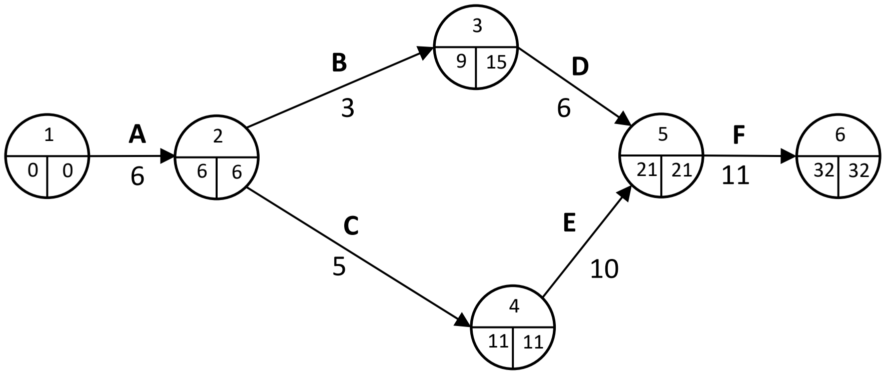
b = saat tercepat terjadinya peristiwa – *earliest event occurance time* (TE)

c = saat paling lambat terjadinya peristiwa – *latest event occurance time* (TE)

Setelah diagram jaringan dari sebuah proyek selesai digambarkan, setiap *node* (lingkaran) telah dibagi menjadi tiga seperti gambar diatas. Untuk memudahkan pemahaman tentang perhitungan waktu proyek, berikut ini akan diberikan contoh sesuai dengan gambar 10.1. dan menghasilkan perhitungan waktu penyelesaian proyek selama 32 hari seperti yang ditunjukkan pada gambar 10.2.
Perhitungan maju (*forward computation*) dimulai dari node 1 menuju node 2 yaitu :

Aktivitas A (1-2) : $ES_A = 0$ $EF_A = ES_A + t_A = 0 + 6 = 6$
Aktivitas B (2-3) : $ES_B = 6$ $EF_B = ES_B + t_B = 6 + 3 = 9$
Aktivitas C (2-4) : $ES_C = 6$ $EF_C = ES_C + t_C = 6 + 5 = 11$
Aktivitas D (3-5) : $ES_D = 9$ $EF_D = ES_D + t_D = 9 + 6 = 15$
Aktivitas E (4-5) : $ES_E = 11$ $EF_E = ES_E + t_E = 11 + 10 = 21$
Aktivitas F (5-6) : $ES_F = \max(ES_D, ES_E) = 21$
$EF_F = ES_F + t_F = 21 + 10 = 32$
Sedangkan perhitungan mundur (*backward coumputation*) dimulai dari node 6 menuju node 1 yaitu :
Aktivitas F (6-5) : $LS_F = 32$ $LF_F = LS_F - t_F = 32 - 10 = 21$

Aktivitas E (5-4) : LS_E = 21 $LF_E = LS_E - t_E = 21 - 10 = 11$
Aktivitas D (5-3) :LS_D = 21 $LF_D = LS_D - t_D = 21 - 6 = 15$
Aktivitas C (4-2) : LS_C = 11 $LF_C = LS_C - t_C = 11 - 5 = 6$
Aktivitas B (3-2) : LS_B = min (LSC)=11
$LFB = LS_B - t_B = 11 - 5 = 6$
Aktivitas A (2-1) : LS_A = min (LS_B, LS_C)= 6
$LF_A = LS_A - t_A = 6 - 6 = 0$



Gambar 10.2 Hasil Perhitungan waktu penyelesaian proyek

Dalam bentuk tabular, hasil perhitungan ES, LS, EF, dan LF sebagaimana dalam tabel 10.2 dibawah ini.

Tabel 10.2 Hasil perhitungan ES, LS, EF, dan LF Proyek PT. X

Aktivitas	Lama aktivitas (hari)	ES	EF	LS	LF
A	6	0	6	0	6
B	3	6	9	6	15
C	5	6	11	6	11
D	6	9	21	15	21
E	10	11	21	11	21
F	11	21	32	21	32

10.7 Perhitungan Waktu Tenggang (*Float/Slack*) dan Jalur Kritis

Waktu tenggang aktivitas (*activity float time* atau *slack* dapat dirumuskan :

$S_x = LF_x - EF_x = LS_x - Es_x$

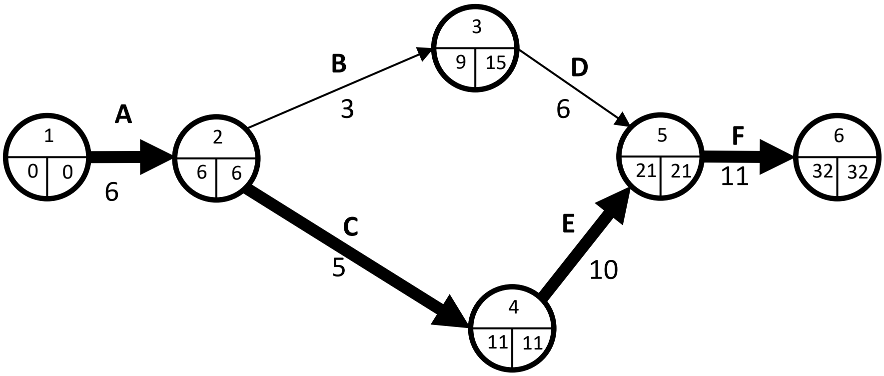
Sebagai contoh misalnya diketahui nilai S=5, itu berarti aktivitas tersebut dapat mulai tepat pada saat ES atau mundur 1 hari, 2 hari, dan maksimal mundur yang diizinkan adalah 5 hari saat dari ES. Sedangkan jalur kritis adalah adalah jalur yang memiliki aktivitas-aktivitas kritis karena memiliki nilai S=0 atau bisa dilihat berdasarkan kesamaan antara nilai EF=LF. Perhitungan untuk menentukan jalur kritis dapat dilihat pada tabel 10.3 dibawah ini.

Tabel 10.3 Perhitungan Slack dan menentukan jalur kritis

Aktivitas	Lama aktivitas (hari)	ES	EF	LS	LF	Total Float (S)
A	6	0	6	0	6	0*
B	3	6	9	6	15	6
C	5	6	11	6	11	0*
D	6	9	21	15	21	0*
E	10	11	21	11	21	0*
F	11	21	32	21	32	0*

*) Aktivitas kritis

Apabila digambarkan, maka jalur kritis akan terlihat dengan garis panah tebal seperti gambar 10.3.



Gambar 10.3 Jalur kritis

Bab 11. Markov Model

11.1 Pendahuluan

Andrey Andreyevich Markov (14 Juni 1856–20 Juli 1922) merupakan seorang matematikawan ternama dari Rusia yang berjasa karena karyanya terkait proses stokastik. Proses stokastik merupakan metode untuk menjelaskan hubungan antara sekumpulan peristiwa aca, dimana proses stokastik ini berfungsi untuk memodelkan suatu sistem yang berubah secara acak seiring berjalannya waktu. Subjek utama penelitian Andrey Andreyevich Markov dikemudian hari dikenal sebagai rantai Markov atau proses Markov. Suatu prose stokastik dinotasikan dengan $\{X_t\}$. (Karlin & Taylor, 2012).

Model Markov model (proses) adalah proses stokastik untuk sistem kerja yang berubah secara random yang dapat terima bahwa keadaan masa depan tidak bergantung pada keadaan masa lalu. Model-model ini menunjukkan semua keadaan transisi, laju transisi, dan probabilitas.antung pada keadaan masa lalu. Model-model ini menunjukkan semua keadaan potensial serta kemajuan, laju kemajuan, dan probabilitas di antara mereka. Penerapan Model Markov untuk memodelkan probabilitas berbagai keadaan serta tingkat transisi. Secara umum, metode ini digunakan untuk memodelkan sistem. Model Markov juga dapat digunakan untuk mengenali pola, memprediksi hasil, dan mempelajari statistik data sekuensial.

Proses Markov merupakan suatu proses yang dapat berada di lebih dari satu keadaan, dapat bertransisi antara keadaan tersebut, dan di mana keadaan tersedia serta probabilitas transisi ditentukan oleh keadaan sistem saat ini. Sehingga, proses Markov tidak memiliki memori. Diskusi tentang pemodelan Markov dimulai dengan komponen dasar model Markov: keadaan dan transisi. Tentang bagaimana keadaan dan transisi digunakan untuk mengekspresikan perilaku sistem, maka diperlukan keterlibatan Model Markov, dan bagaimana estimasi keandalan dapat diperoleh dari solusi model Markov. Penting juga untuk mengetahui kelebihan dan kekurangan pemodelan Markov dibandingkan dengan teknik pemodelan lain, dan mengapa pemodelan Markov lebih disukai daripada teknik yang lain.

Proses Markov merupakan suatu proses stokastik yang memenuhi kondisi Markov, dimana bahwa kondisi pada waktu saat ini, peluang suatu kejadian di masa depan tidak dipengaruhi oleh adanya kondisi tambahan terkait perilaku prosesnya di masa lampau. Sehingga dapat dituliskan sebagai berikut,

$$\Pr\{X_{n+1} = j | X_0 = i_0, \dots, X_{n-1} = i_{n-1}, X_n = i\} = \Pr\{X_{n+1} = j | X_n = i\}$$

Setiap $n, i_0, \dots, i_{n-1}, i, j$.

11.2 Proses Stokastik

Ide dasar dari pemodelan proses adalah untuk membangun sebuah model dari sebuah proses yang dimulai dari serangkaian urutan kejadian yang biasanya dihasilkan oleh proses itu sendiri. Selanjutnya, model dapat juga digunakan untuk menemukan sifat-sifat proses, atau untuk memprediksi peristiwa masa depan berdasarkan sejarah masa lalu (Oliver, 2009).

Terdapat tiga tujuan yang dapat difungsikan dari suatu pemodelan :

1. Menggambarkan rincian proses,
2. Memprediksi hasil, atau
3. Tujuan klasifikasi, yaitu memprediksi satu variabel k, yang mengambil nilai dalam himpunan tak berhingga berhingga, beberapa data input $x = x_1, \dots, x_n)$.

Terhadap model deterministik, yang memprediksi hasil dengan pasti, dengan seperangkat persamaan yang menggambarkan input dan output sistem secara tepat, model stokastik mewakili situasi di mana ketidakpastian hadir. Dengan kata lain, ini adalah model untuk proses yang memiliki semacam keacakan (Meyn and Tweedie, 1993).

Stokastik berasal dari bahasa Yunani yang berarti acak atau kebetulan. Suatu pemodelan deterministik mampu memprediksi hasil tunggal dari suatu himpunan yang diberikan dari suatu keadaan. Proses stokastik merupakan urutan peristiwa yang hasil dari tiap tahap tergantung pada probabilitas. Pemodelan proses stokastik ditentukan oleh waktu, faktanya bahwa model stokastik merupakan suatu alat untuk memprediksi distribusi probabilitas dari suatu hasil potensial dengan menginput variasi acak dari setiap waktu. Pengertian proses stokastik merupakan suatu kumpulan dari suatu variabel acak diartiadefinisikan sebagai kumpulan dari variabel acak X = $\{X_t : t \in T\}$ diartikan pada ruang probabilitas bersama, mengambil nilai dalam himpunan umum S (ruang keadaan), dan diindeks oleh himpunan T.

11.3 Basic Markov Model

Terdapat empat jenis model Markov yang digunakan dalam kondisi tertentu:

1. Rantai Markov (*Markov Chain*) - digunakan oleh sistem mandiri dengan status yang bisa diamati sepenuhnya.
2. Model Markov Tersembunyi (*Hidden Markov model*)- digunakan oleh sistem otonom di mana keadaan sebagian dapat diamati.
3. Proses keputusan Markov - digunakan oleh sistem terkontrol yang dapat diamati sepenuhnya.
4. Proses keputusan Markov yang dapat diamati sebagian - digunakan oleh sistem yang dikontrol dengan status yang dapat diamati sebagian.

Model Markov dapat berbentuk persamaan atau model grafis. Untuk menggambarkan potensi perubahan transisi antara keadaan, model grafis Markov menggunakan lingkaran (masing-masing berisi keadaan) dan panah arah. Tingkat atau tingkat variabel diberi label pada panah arah. Bahasa pemodelan, pemrosesan bahasa alami (NLP), pemrosesan gambar, bioinformatika, pengenalan suara, dan sistem perangkat keras dan perangkat lunak komputer adalah contoh aplikasi pemodelan Markov.

Hal terpenting dari proses stokastik adalah proses Markov dan rantai Markov. Proses Markov adalah proses yang memenuhi *Markov Property* (tanpa memori), distribusi status berikutnya (atau pengamatan) tergantung pada keadaan saat ini. Bahwa proses stokastik *X(t)* adalah proses Markov, apabila memiliki sifat-sifat berikut:

1. Banyaknya kemungkinan hasil atau keadaan berhingga.
2. Probabilitas konstan sepanjang waktu.
3. Properti tanpa memori

Analisis Markov ialah suatu metode yang menganalisa hubungan antara probabilitas akan state di masa depan dengan menganalisa probabilitas dimasa sekarang (Barry Render, 2006). Metode ini mempuyai beragam tool yang dapat diaplikaasiokan di berbagai bidang kehidupan. Pengertian selanjtnya terkait Analisis Markov adalah metode untuk menganalisa kejadian ataupun perilaku sekarang yang mempunyai beberapa variabel dengan maksud untuk memprediksi kejadian atau dari variabel dimasa depan.

11.4 Hidden Markov Model

Model Markov tersembunyi (HMM) ialah model statistik yang fungsikan untuk menginterpretasi suatu peristiwa yang bergantung pada faktor internal, yang tidak bisa diamati secara langsung. Dengan asumsi penyebutan peristiwa yang diamati diterjemahkan `simbol' dan faktor yang tak terlihat yang mendasari pengamatan sebagai `keadaan'. Terdapat 2 proses stokastik yang ada pada HMM, yaitu proses yang tidak terlihat dari keadaan tersembunyi dan proses yang terlihat dari simbol yang dapat diamati. Keadaan tersembunyi (*Hidden States*) membentuk rantai Markov (*Markov chain*), dan distribusi probabilitas dari simbol bergantung pada keadaan yang mendasarinya. Sehigga dari kejadian tersebut maka HMM disebut juga sebagai proses stokastik ganda.

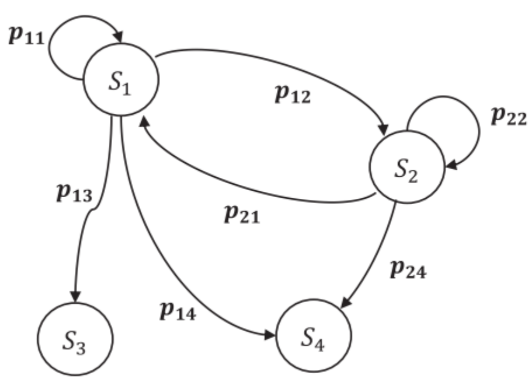
Awal mula HMM terdapat 2 bagian, yang pertama adalah Markov Process dan Markov Chain. Yang kedua adalah algoritma yang diperlukan untuk mengembangkan *Hidden Markov Model (HMM)* untuk memecahkan masalah diSejarah HMM terdiri dari dua bagian. Di satu sisi ada sejarah Proses Markov dan rantai Markov, dan di sisi lain ada sejarah algoritma diperlukan untuk mengembangkan Model Markov Tersembunyi untuk memecahkan masalah di penerapan dunia modern dengan menggunakan computer (Baldi dan Brunak, 1998).

Rantai Markov dapat disebut sebagai proses Markov yang spesifik dengan ruang keadaan terbatas atau bisa dihitung. Bahwa satu set suatu keadaan, $S = s_{i,}\ .\ .\ .\ s_r\}$ sehingga penggambaran rantai Markov sebagai proses dimulai dari dari keadaan saat ini yang bergerak berurutan dari suatu keadaan ke keadaan lainnya. Gerakan ini disebut sebagai langkah. Jika rantai saat ini dalam keadaan s_i, maka ia bergerak ke keadaan s_j pada langkah berikutnya dengan probabilitas yang dilambangkan dengan p_{ij}; dimana probabilitas tidak bergantung pada status rantai sebelum status sekarang. Probabilitas p_{ij} disebut transisi probabilitas dan didefinisikan sebagai probabilitas bahwa rantai Markov yang berada pada titik waktu selanjutnya dalam keadaan *j*, mengingat rantai tersebut berada di titik waktu saat ini pada keadaan i. Matriks *P* dengan elemen p_{ij} disebut matriks probabilitas transisi dari rantai Markov.

Keadaan yang dapat dihitung, dapat mempergunakan bilangan bulat Z atau himpunan bagian seperti Z (bilangan bulat non-negatif), bilangan asli (1; 2; 3; dst) sebagai ruang keadaan. Keadaan tersebut merupakan rantai Markov sebagai waktu yang homogen atau stasioner probabilitas transisi. Kemudian, peluang transisi dari *i* ke *j* antara titik waktu *n* dan n+1 diberikan oleh kondisional fungsi probabilitas $P(X_{n+1} = j \mid X_n = i)$. Dengan asumsi bahwa probabilitas transisi adalah sama untuk semua titik waktu sehingga tidak ada indeks waktu yang diperlukan di sisi kiri. Bahwa proses *Xn* dalam keadaan tertentu, baris yang sesuai dari matriks transisi berisi distribusi X_{n+1}, memberikan pengertian jumlah probabilitas atas semua kemungkinan keadaan sama dengan satu.

Table 11.1 Transition probability matrix

	State	**Time t+1**				
		s1	s2	s3	s4	sum
Time t	s1	p11	p11	p12	p13	1
	s2	P21	P21	p22	p23	1
	s3	p31	p31	p32	p33	1
	s2	p41	p31	p43	p43	1
$pij = p(q_{t+1} = S_j \mid q_t = S_i)$						



Gambar 11.1 Transisi Probabilitas
(Franzese dan Iuliano, 2018)

Setelah arsitektur HMM diputuskan, untuk menganalisis dan mendeskripsikan data di hampir semua aplikasi HMM, maka terdapat 3 langkah untuk menjawab pertanyaan berbeda yang harus dipecahkan:

1. Berapa peluang barisan yang diamati menurut HMM yang diberikan?
2. Bagaimana menemukan urutan keadaan optimal yang akan digunakan HMM untuk menghasilkan urutan yang diamati?
3. Bagaimana menemukan struktur dan parameter HMM yang paling baik untuk data?

Secara umum, untuk menggunakan HMM dalam konteks aplikasi, misalnya, dalam komputasi, untuk menyelesaikan pertanyaan ini, harus mampu:

a. Evaluasi

   Mengevaluasi kemungkinan model yang diberikan pengamatan, yaitu untuk menghitung probabilitas urutan pengamatan sebuah contoh.

b. Decode

   Dekode urutan keadaan yang paling mungkin diberikan pengamatan, yaitu, untuk menemukan urutan keadaan yang sesuai optimal yang diberikan urutan pengamatan dan modelnya. Tujuan dari decoding adalah untuk menemukan urutan keadaan optimal yang terkait dengan urutan pengamatan yang diberikan. Ada beberapa kemungkinan cara untuk memecahkan masalah ini. Salah satu solusi optimalitas yang mungkin diusulkan oleh algoritma Viterbi (Viterbi, 1967). Viterbi algoritma menggunakan pendekatan pemrograman dinamis untuk menemukan urutan yang paling mungkin dari keadaan Q yang diberikan urutan yang diamati O dan model l. Ini bekerja mirip dengan algoritma maju. Tujuannya adalah untuk mendapatkan jalur yang paling mungkin melalui HMM untuk observasi yang diberikan; maka, hanya transisi yang paling mungkin dari keadaan sebelumnya ke keadaan sekarang yang penting.

c. Learning

Pembelajaran untuk mengestimasi parameter model (probabilitas awal, probabilitas transisi, dan probabilitas emisi) yang paling menjelaskan urutan pengamatan yang diberikan struktur model, menggambarkan hubungan antar variabel. Cara untuk dapat menyesuaikan parameter HMM yang disebut himpunan pelatihan, ialah dengan melibatkan penyesuaian probabilitas transisi dan keluaran sampai model tercapai proses yang cocok. Penyesuaian ini dilakukan dengan menggunakan teknik untuk pengoptimalan. Bagaimana mempelajari parameter HMM dari pengamatan? Semuanya terdapat pada aplikasi, sehingga kuantitas yang harus dioptimalkan selama proses pembelajaran. Hanya cara ini yang mampu untuk menganalisis dan menyelasaikan permasalahan ini. Oleh sebab itua itu prosedur iteratif atau teknik gradien untuk optimasi dapat digunakan. Disini kami hanya akan menyajikan prosedur iteratif.

Algoritma EM *(Expectation Maximization)* adalah metode iteratif untuk mencari nilai maksimum perkiraan kemungkinan (MLE). Ini akan memungkinkan kita melatih probabilitas transisi A dan probabilitas emisi B dari HMM. Dia bekerja dengan menghitung perkiraan awal untuk probabilitas, kemudian menggunakan perkiraan tersebut untuk menghitung perkiraan yang lebih baik, dan seterusnya, secara iteratif meningkatkan probabilitas yang dipelajarinya. Algoritma iteratif ini bergantian antara melakukan langkah harapan (Estep) dan langkah maksimalisasi (m-langkah). Dalam langkah-E, jumlah waktu yang diharapkan dari setiap transisi dihitung (kemungkinan log yang diharapkan) dan emisi digunakan untuk set pelatihan. Dalam langkah-M, parameter transisi dan emisi, yang memaksimalkan kemungkinan log yang diharapkan dalam langkah-E diperbarui, menggunakan rumus estimasi ulang.

Setiap siklus iterasi EM melibatkan dua langkah, langkah-E diikuti oleh langkah-M, secara bergantian mengoptimalkan kemungkinan log dengan sehubungan dengan probabilitas posterior dan parameter, masing-masing. Dalam E-langkah kami menghitung probabilitas posterior data laten menggunakan estimasi arus untuk parameter (p, a, b) model l pada waktu t. Untuk melakukan E-step, fungsi loglikelihood yang diharapkan dimaksimalkan di bawah parameter estimasi saat ini dan dihitung, dengan menggunakan estimasi posterior kemungkinan data tersembunyi. Dalam langkah-M: parameter baru yang memaksimalkan kemungkinan log yang diharapkan yang ditemukan di langkah-E adalah yang telah diperkirakan. Dari definisi variabel maju dan mundur, kita dapat menghitung t(i,j), yang mewakili keadaan posterior probabilitas suatu variabel dan kombinasi keadaan dari dua variabel yang berdekatan.

11.5 Algoritma pengembangan Hidden Markov Models

Berawal dari semakin kuatnya pengeyahuan terkait ilmu komputer sejak tahun 1940-an, dipengaruhi oleh hasil penelitian ilmuwan seperti Neuman, Turing, Conrad Zuse, sehingga para ilmuwan di berbagai Negara berusaha untuk mencari solusi algoritma dalam rangka satu tujuan yakni untuk memecahkan masalah dikehidupan nyata dengan cara otomastisasi deterministic dan otomatisasi stokatik.seluruh dunia mencoba untuk temukan solusi algoritma untuk menyelesaikan banyak masalah dalam kehidupan nyata dengan menggunakan deterministik mengotomatisasi serta otomatisasi stokastik. Ahli matematika dan insinyur elektronik pada pertengahan abda ke - 20 yang bernama Claude Shannon, didalam makalahnya yang berjudul "*A mathematical theory of communication*", diterbitkan oleh Bell System Technical Journal, merupakan salah satu tonggak sejarah yang penting yang memicu suatu implementasi serta integrasi deterministic dan otomatisasi stokastik pada computer (Karlin & Taylor, 2012).

HMM diterapkan untuk tujuan pengenalan suara otomatis. Meskipun pidato digital sinyal itu sendiri sudah merupakan urutan linier sampel, model statistik ucapan selalu mulai dari representasi fitur yang sesuai. Ini bertujuan untuk menggambarkan secara numerik sifat-sifat karakteristik unit bicara yang terutama ditentukan oleh komposisi spektral lokal dari sinyal. Ekstraksi fitur ini perlu dilakukan pada bagian pidato di mana sifat-sifat yang dimaksud bervariasi sedikit seperti mungkin dari waktu ke waktu karena tidak ada informasi segmentasi yang tersedia pada tahap awal ini pengolahan. Oleh karena itu, di satu sisi masing-masing bagian harus cukup pendek. Di sisi lain, mereka juga harus cukup panjang untuk membuat perhitungan karakteristik spektral yang berguna mungkin.

HMM dipergunakan untuk mereproduksi sifat statistik dari urutan vektor fitur yang dihasilkan oleh analisis jangka pendek. Biasanya, untuk tujuan ini pendekatan modular diterapkan untuk deskripsi struktur pidato yang kompleks. Model untuk kata-kata dibangun oleh penggabungan berdasarkan model untuk unit dasar seperti, misalnya, telepon. Urutan model kata sewenang-wenang dari leksikon yang diberikan kemudian mendefinisikan model untuk diucapkan ucapan dari domain aplikasi tertentu. Model keseluruhan lagi-lagi tersembunyi Model Markov.

Berdasarkan urutan vektor, segmentasinya ke dalam urutan kata masing-masing dapat diperoleh dengan menghitung urutan keadaan optimal melalui model. Urutan keadaan ini melewati model kata tertentu yang dengan konstruksi merupakan bagian dari model ucapan. Oleh karena itu, representasi tekstual optimal yang sesuai dapat diturunkan dengan mudah. Berbeda dengan HMM, model n-gram biasanya tidak mengandung variabel keadaan tersembunyi. Oleh karena itu, parameternya pada prinsipnya dapat dihitung secara langsung berdasarkan contoh data, yaitu, tanpa memerlukan beberapa prosedur optimasi berulang. Dengan ketentuan seseorang puas dengan mendefinisikan probabilitas bersyarat melalui frekuensi relatif, model dapat langsung ditentukan setelah menghitung peristiwa yang diamati dalam kumpulan sampel.

Kelas metode yang paling banyak digunakan untuk memecahkan masalah ini berlangsung di dua langkah. Pertama distribusi empiris dimodifikasi sedemikian rupa sehingga redistribusi massa probabilitas dari peristiwa yang terlihat ke peristiwa yang tidak terlihat terjadi. Seperti manipulasi itu biasanya menghasilkan perubahan yang sangat kecil saja, kemungkinan kejadian yang terlihat hampir tidak diubah. Efek yang relevan dari pendekatan itu, oleh karena itu, pengumpulan "massa probabilitas" untuk dapat mendefinisikan probabilitas baru yang sangat kecil untuk n-gram tidak diamati dalam kumpulan sampel.

Pada langkah kedua, perkiraan kuat dihitung berdasarkan distribusi empiris yang dimodifikasi dengan memasukkan satu atau bahkan beberapa distribusi yang lebih umum. Untuk kejadian yang sering diamati, pengaruh modifikasi ini dapat dijaga tetap kecil atau dapat dihilangkan sama sekali. Namun, untuk n-gram yang tidak terlihat, penting untuk tidak mendistribusikan massa probabilitas yang terkumpul secara seragam tetapi berdasarkan distribusi yang lebih umum—biasanya salah satu model gram terkait (n 1). Sebaliknya semua peristiwa yang tidak terlihat akan diberi probabilitas yang sama yang tidak akan terlalu masuk akal.

Semua metode lain untuk menghaluskan probabilitas n-gram didasarkan pada prinsip mendistribusikan kembali massa probabilitas. Ini berarti bahwa frekuensi yang dihitung adalah diperlukan untuk menghilangkan peristiwa yang tidak terlihat, pertama-tama dikumpulkan di beberapa posisi lain distribusi probabilitas asli. Dengan ini tidak hanya kondisi normalisasi dari frekuensi relatif tidak berubah tetapi mungkin juga jumlah yang berbeda massa kemungkinan diperoleh untuk peristiwa tak terlihat tergantung pada sifat-sifat distribusi mulai dipertimbangkan dan strategi redistribusi diterapkan. Dengan demikian bisa dikendalikan sampai batas tertentu apakah pengamatan peristiwa tersebut, yang menikmati sangat langka, lebih atau kurang mungkin dalam konteks tertentu.

Varian yang paling terkenal dari teknik n-gram mencoba untuk mengeksploitasi fakta bahwa bahasa alami di samping struktur sintagmatik menunjukkan struktur paradigmatik, juga. Ini berarti bahwa dalam konteks linguistik yang berbeda tidak hanya kata tertentu, tetapi juga seluruh kelompok kata atau frasa dapat terjadi juga. Dalam setiap kasus diperoleh ujaran yang terbentuk secara sintaksis dengan baik meskipun maknanya secara umum akan diubah dengan pertukaran seperti itu.

Saat mencoba menangkap situasi seperti itu dengan model n-gram, orang akan memperhatikan bahwa semua kemungkinan kombinasi perlu terjadi setidaknya sekali dalam kumpulan sampel yang dipertimbangkan. Masih belum ada aturan paradigmatik yang dapat direpresentasikan secara abstrak. Dalam urutan untuk membuat, misalnya, kemunculan nama kota kemungkinan yang sama dalam semua konteks yang relevan, semua nama ini perlu diamati dalam konteks masing-masing.

Saat mencoba menangkap situasi seperti itu dengan model n-gram, orang akan memperhatikan bahwa semua kemungkinan kombinasi perlu terjadi setidaknya sekali dalam kumpulan sampel yang dipertimbangkan. Masih belum ada aturan paradigmatik yang dapat ditampilkan secara abstrak. dalam urutan untuk membuat, misalnya, kemunculan nama kota kemungkinan yang sama dalam semua konteks yang relevan, semua nama ini perlu diamati dalam konteks masing-masing.

Bab 12. Metode Langkah Maju Dan Metode Langkah Mundur

12.1 Mesin Inferensi

Mesin Inferensi merupakan salah satu bagian dari struktur yang membangun sebuah sistem pakar, dimana Sistem pakar disusun oleh dua bagian utama yaitu area pengembangan (development environment) dan area konsultasi (consultation environment) (Moore & Quintero, 2019). "Area pengembangan system pakar digunakan untuk memasukkan pengetahuan ahli kedalam lingkungan sistem pakar, sedangkan lingkungan konsultasi digunakan oleh pengguna yang bukan ahli" guna memperoleh pengetahuan ahli (Al-Ajlan, 2015). Mesin inferensi sendiri merupakan "kumpulan metedologi yang digunakan untuk melakukan penalaran terhadap informasi didalam basis data". Dengan penalaran tersebut diharapkan pemakai memperoleh solusi yang cocok dengan masalahnya.Tata cara inferensi ataupun tata cara penalaran ialah metode yang digunakan dalam "sistem pakar" untuk menuntaskan permasalahan. Untuk sistem pakar berbasis aturan, terdapat dua jenis metode inferensi, yaitu Metode Langkah maju (Forward Method) dan Metode langkah mundur (backward method). Metode langkah maju atau disebut juga sebagai inferensi berbasis data (data-driven) merupakan metode penelusuran dengan mencocokkan "fakta atau pernyataan" yang ada untuk memperoleh kesimpulan ataupun pemecahan dari suatu permasalahan (M. D. Irawan et al., 2021). Metode langkah mundur atau disebut juga sebagai inferensi berbasis tujuan (goal-driven) yaitu merupakan metode yang dimulai dari kesimpulan sementara, dan “untuk menguji kebenaran kesimpulan wajib dicari apakah ada fakta-fakta yang terdapat dalam basis pengetahuan”yang cocok dengan hipotesis tersebut. Metode langkah maju digunakan untuk memusatkan sistem ke suatu ketentuan tertentu, pemilihan ketentuan didasarkan pada urutan langkah. Sebagai contoh, ketika sistem pertama kali dijalankan maka penalaran maju diterapkan untuk mengacu pada ketentuan awal yang diseleksi oleh pengguna (Permata Sari, 2019).

Sebaiknya metode langkah mundur digunakan untuk menguji apakah sistem memiliki fakta/informasi yang sesuai dengan ketentuan yang telah ditetapkan di awal. Metode inferensi dalam penggunaannya pada sistem pakar bisa digunakan secara terpisah maupun dengan menggabungkan kedua jenis metode langkah maju maupun metode langkah mundur tergantung kepada permasalahan yang dihadapi yang akan diselesaikan dengan menggunakan teknik penelusuran yang ada pada mesin infrensi (Sari et al., 2020).

12.2 Metode Langkah Maju (*Forward Method*)

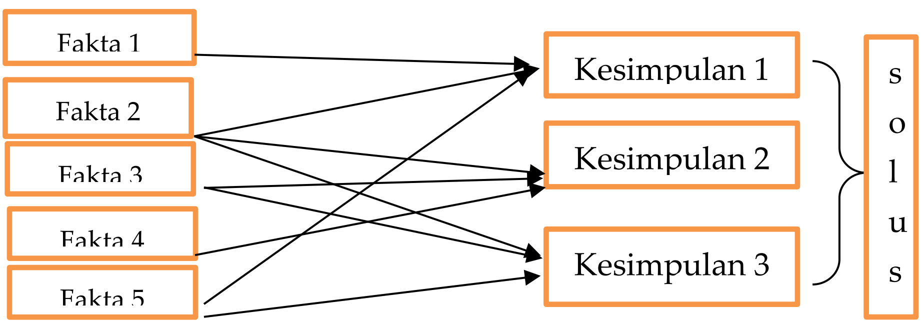
Metode Langkah maju (*forward method)* ”adalah salah satu dari metode inferensi yang dapat digunakan dalam proses sistem berbasis data untuk menghasilkan informasi baru dari informasi” yang sudah di ketahui (Kusbianto et al., 2017). “Pendekatan metode Langkah maju (fo*rward method*) adalah proses penelusuran yang dimulai dengan menampilkan kumpulan data atau fakta yang meyakinkan menuju kesimpulan akhir”.

Pendekatan ini diawali dengan mengumpulkan fakta-fakta yang ada, yang kemudian diproses untuk mencapai sebuah kesimpulan akhir (Sari et al., 2020). Proses metode Langkah maju (*forward method)* dimulai dengan memasukkan komponen IF (informasi masukan) dan dilanjutkan ke THEN (konklusi) (Kurniadi et al., 2021). Metode Langkah maju *(Forward method*) melakukan pencarian dari suatu masalah kepada solusinya. Jika klausa premis sesuai dengan situasi, maka proses akan memberikan kesimpulan.

Pada Metode Langkah maju (*forward method*) diartikan sebagai pendekatan yang berbasis data. "Dalam pendekatan ini, penelusuran dimulai dari informasi masukan, dan selanjutnya mencoba menggambarkan kesimpulan". Sehingga metode ini juga sering disebut "*data driven*" yang dimulai dari fakta-fakta atau informasi masukan *(if)* lebih dahulu kemudian menuju kepada kesimpulan *(then).*

IF (fakta-fakta) THEN (kesimpulan)

Proses pelacakan pada forward chaining seperti yang ditunjukkan oleh gambar 12.1.



Gambar 12.1 Metode Langkah Maju

Untuk mengetahui apakah fakta yang dialami oleh pengguna termasuk pada kesimpulan 1 atau kesimpulan 2 atau kesimpulan 3 atau bahkan tidak ada kesimpulan maka pengguna harus memasukkan fakta-fakta yang ada, maka system akan mencari aturan yang sesuai sehingga akan diperoleh kesimpulan. Contoh jika fakta 1, fakta 2 dan fakta 5 digunakan aturan 1, maka diperoleh kesimpulan 1,jika fakta 2, fakta 3 dan fakta 4, maka digunakan aturan 2 sehingga diperoleh kesimpulan 2, tetapi jika fakta 1, Fakta 2, fakta 3 dan fakta 5 maka digunakan aturan 3, maka hasilnya kesimpulan 3.

Contoh Kasus Metode Langkah Maju, misalkan system pakar menggunakan 4 aturan sebagai berikut :

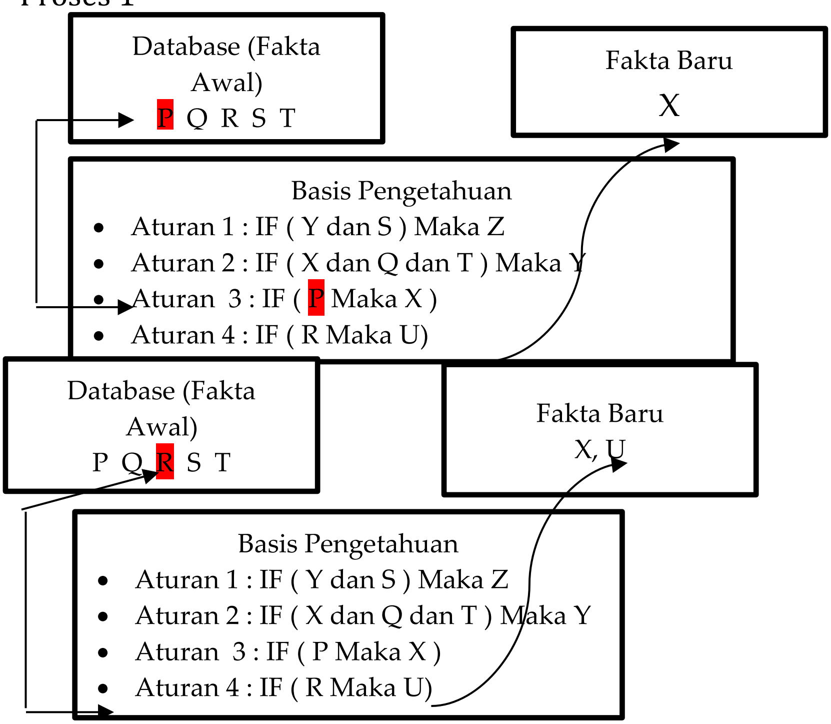
1. Aturan 1 : IF (Y dan S) Maka Z
2. Aturan 2 : IF (X dan Q dan T) Maka Y
3. Aturan 3 : IF (P Maka X)
4. Aturan 4 : IF (R Maka U)

Fakta-fakta P, Q, R, S dan T adalah bernilai benar

Tujuannya adalah untuk menentukan apakah Z bernilai benar

Langkah-Langkahnya sebagai berikut:

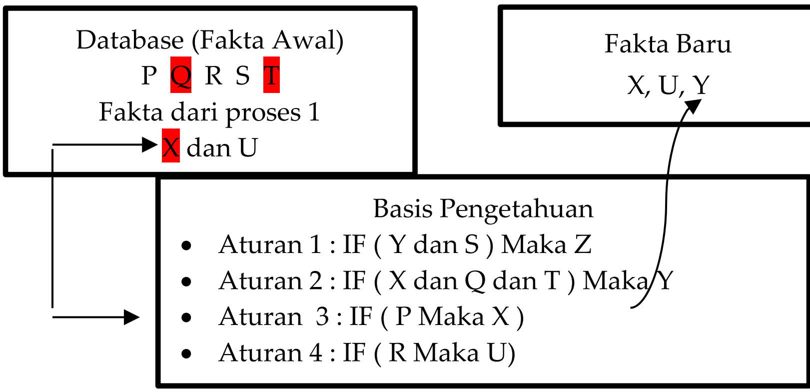
a. Proses 1



Gambar 12.2 Proses 1 Penelusuran menentukan tujuan Z

Pada Proses 1 dimulai dengan penelusuran Fakta P dengan menggunakan aturan 3 maka diperoleh fakta baru yaitu X, selanjutnya dilakukan penelusuran terhadap fakta R dengan menggunakan aturan 4 maka diperoleh fakta baru yaitu U. Aturan 3 dan aturan 4 telah ditelusuri namun tujuan yaitu Z belum ditemukan maka dilakukan Proses 2.

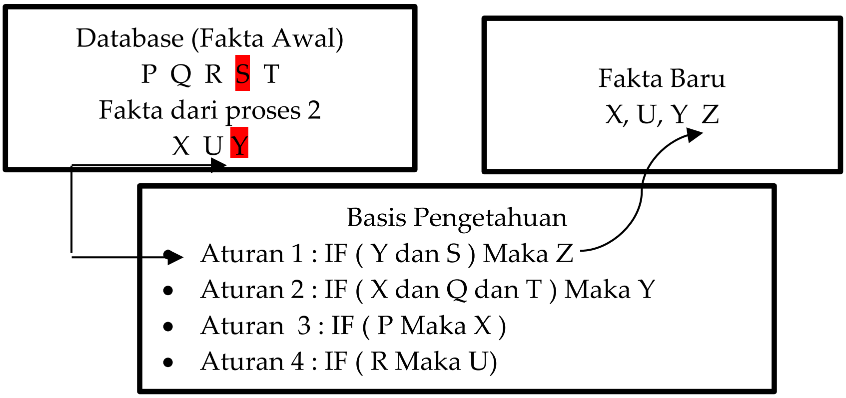
b. Proses 2



Gambar 12.3 Proses 2 Penelusuran menentukan tujuan Z

Pada Proses 2 dilakukan penelusuran terhadap fakta X yang diperoleh dari Proses 1, fakta Q dan Fakta T maka diperoleh fakta baru yaitu Y, karena tujuan belum ditemukan yaitu Z pada penelusuran proses 2 makam dilanjutkan dengan proses 3.

c. Proses 3



Gambar 12.4 Proses 3 Penelusuran menentukan tujuan Z

Pada Proses 3 dilakukan penelusuran terhadap fakta Y yang diperoleh dari Proses 2, dan Fakta S maka diperoleh fakta baru yaitu Z, karena Z adalah tujuan maka proses penelusuran dengan menggunakan metode langkah maju selesai.

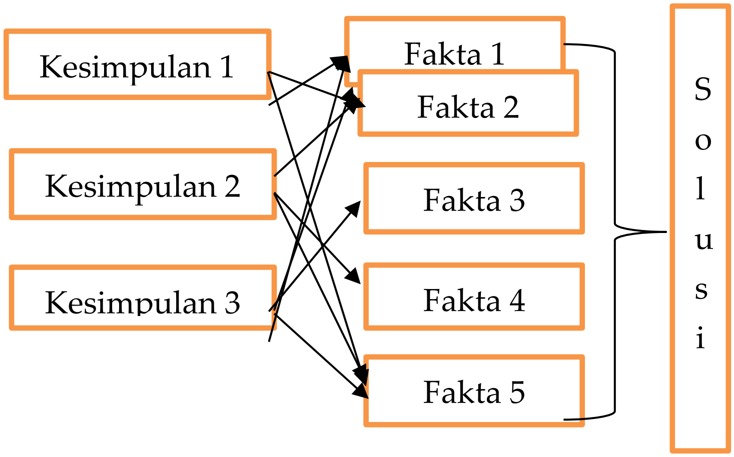
12.3 Metode Langkah Mundur *(Backward Methode)*

Metode Langkah mundur *(backward methode)* menggunakan pendekatan berbasis tujuan (*goal-driven)*, dimulai dari harapan apa yang akan terjadi (hipotesis) serta setelah itu mencari bukti yang mendukung (atau berlawanan) dengan harapan kita (Turnip, 2015). Sering hal ini memerlukan perumusan dan pengujian hipotesis sementara. Metode Langkah mundur (*Backward methode*) ialah strategi pencarian yang arahnya kebalikan dari langkah maju" (*Forward method*). "Proses pencarian diawali dari tujuan, yaitu kesimpulan yang menjadi solusi permasalahan yang dihadapi. Mesin inferensi mencari kaidah kaidah dalam basis pengetahuan yang kesimpulannya merupakan solusi" yang akan dicapai, kemudian dari kaidah kaidah yang diperoleh, tiap-tiap kesimpulan dirunut balik jalan yang menuju ke kesimpulan tersebut (R. D. Irawan & Fitiraldy, 2020).

Metode Langkah mundur (*backward method*) termasuk teknik infrensi yang banyak digunakan dalam pembuatan aplikasi system pakar, metode langlah maju juga sebagai teknik inferensi yang dikendalikan oleh Tujuan (target). Ciri- ciri dari metode Langkah mundur (*Backward method)* yaitu: Menggunakan pendekatan berbasis tujuan (*goal-driven)*, dimulai dari harapan apa yang akan terjadi (hipotesis) dan kemudian mencari bukti yang mendukung (atau berlawanan) dengan harapan kita. Biasanya diperlukan perumusan dan pengujian hipotesis sementara. Pencocokan fakta atau pernyataan dimulai dari bagian sebelah kanan (*THEN)* terlebih dulu (Zufria & Santoso, 2021). Pendekatan berbasis tujuan, dimulai dari ekspektasi apa yang diinginkan terjadi (hipotesis), kemudian ditelusuri pada fakta-fakta yang mendukung ekspektasi tersebut. Jika suatu aplikasi menghasilkan pohon keputusan yang sempit dan cukup dalam, maka digunakan metode langkah mundur. Urutan Langkah pengelusuran mundur yaitu:

1. Menentukan tujuan yang diverifikasi apakah bernilai BENAR atau SALAH
2. Melihat aturan yang mempunyai tujuan pada bagian kesimpulan
3. Mengecek fakta dari aturan untuk menguji apakah aturan tersebut sudah terpenuhi (bernilai BENAR).
4. Proses berlanjut sampai semua kemungkinan yang ada telah diperiksa atau sampai aturan inisial yang diperiksa dengan tujuan telah terpenuhi.

Proses pelacakan pada metode langkah mundur (*backward method*) seperti yang ditunjukkan oleh gambar 12.1



Gambar 12.5 Metode Langkah Mundur

Untuk mengetahui apakah suatu fakta yang dialami oleh user itu termasuk kesimpulan 1, kesimpulan 2, kesimpulan 3 atau bisa saja tidak ada dari semua kesimpulan yang ada. Untuk membuktikan hipotesisnya system akan mencari fakta-fakta yang mengandung kesimpulan yang diduga. Setelah itu system akan meminta tanggapan kepada user mengenai fakta-fakta yang ditemukan.

Contoh jika Hipotesis kesimpulan adalah kesimpulan 1 maka fakta yang sesuai adalah fakta 1, fakta 2 dan fakta 5, maka kesimpulan 1 terbukti. Jika Hipotesis kesimpulan adalah kesimpulan 2 maka fakta yang sesuai adalah fakta 2, fakta 3 dan fakta 4, maka kesimpulan 2 terbukti, tetapi jika hipotesis kesimpulan adalah kesimpulan 3 maka fakta yang sesuai adalah fakta 1, fakta 2, fakta 3 dan fakta 5, maka kesimpulan 3 terbukti.

Contoh Kasus Metode Langkah Mundur, misalkan system pakar menggunakan 4 aturan sebagai berikut :

- Aturan 1 : IF (Y dan S) Maka Z
- Aturan 2 : IF (X dan Q dan T) Maka Y
- Aturan 3 : IF (P Maka X)
- Aturan 4 : IF (R Maka U)

Fakta-fakta P, Q, R, S dan T adalah bernilai benar

Tujuannya adalah untuk menentukan apakah Z bernilai benar

Langkah-Langkahnya sebagai berikut:

Database (Fakta Awal)
P Q R S T

Stack Z

Basis Pengetahuan

- Aturan 1 : IF (Y dan S) Maka Z
- Aturan 2 : IF (X dan Q dan T) Maka Y
- Aturan 3 : IF (P Maka X)
- Aturan 4 : IF (R Maka U)

Gambar 12.6 Proses Menentukan nilai Z bernilai benar

Proses 1 Tujuannya adalah Z sebagai hipotesis awal, sedangkan fakta S sudah ada pada database sebagai fakta yang bernilai benar, sedangkan Y tidak ada dalam database, selanjutnya di simpan di stack.

Proses 2 sub tujuannya adalah Y, dimana untuk fakta Q dan fakta T sudah tersimpan pada database karena merupakan fakta yang sudah bernilai benar, selanjutnya untuk fakta X belum ada pada database, maka disimpan pada stack.

Proses 3 yang menjadi sub tujuan adalah X, sedangkan fakta P sudah di database, untuk X dihapus pada stack selanjutnya dimasukkan pada fakta baru di database.

Proses 4 yang dijadikan Tujuan adalah Y, dimana Fakta X sudah ada dalam database, fakta Q telah ada dalam database, fakta T juga sudah ada dalam database, Y yang menjadi tujuan dihapus pada stack kemudian dimasukkan dalam fakta baru.

Proses 5

Database (Fakta Awal)
P Q R S T
Fakta Batu X Y

Stack Z

Basis Pengetahuan

- Aturan 1 : IF (Y dan S) Maka Z
- ~~Aturan 2 : IF (X dan Q dan T) Maka Y~~
- ~~Aturan 3 : IF (P Maka X)~~
- Aturan 4 : IF (R Maka U)

Gambar 12.7 Proses Menentukan nilai stack Z

Bab 13. Teori *Game*

13.1 Mengenal Teori Game

PermainanTeori permainan merupakan sebuah teori yang bertujuan untuk membantu memahami situasi dimana pengambil keputusan berinteraksi. Teori permainan juga didefinisikan sebagai analisis umum mengenai strategi interaksi. Teori permainan berfokus pada penentuan strategi optimal dimana setiap pengambil keputusan mengambil keputusan secara rasional dan berusaha saling membaca strategi lawan (Benny Maryam Halim et.al, 2022).

Dalam studi teori permainan, diasumsikan bahwa pemain adalah 'rasional' artinya pemain memiliki preferensi dan tepat. Jika diterapkan dalam suatu masalah, asumsi ini bisa saja menjadikan permainan berbeda dengan realita yang ada. Dalam sebuah permainan payoff merupakan angka yang menggambarkan 'motivasi' pemain. Payoff dapat berupa keuntungan maupun menyatakan hitungan kemenangan dan kekalahan. Strategi merupakan rangkaian gerakan yang pemain akan ikuti selama permainan (Cahyani et.al, 2021).

Teori *game* telah diterapkan pada berbagai situasi yang berbeda-beda seiring dengan dinamika studi dan model penelitian lanjutan. Diantara situasi tersebut, bahwa konsep teori *game* dapat berubah sesuai dengan aspek situasi khusus dan terbatas. Dalam menekankan aspek-aspek strategis dari pengambilan keputusan, teori ini melengkapi dan melampaui teori probabilitas klasik, dengan asumsi *game* teori terdiri atas elemen dasar seperti utilitas, permainan dan rasionalitas, matrik dan solusi equilibrium. Teori *game* telah digunakan untuk menentukan koalisi politik, bisnis, perilaku pengguna dan sebagainya. Pengembangan teori *game* membuat banyak ilmuwan di dunia tertarik dalam mengembangkannya. Sejumlah teori *game* yang telah diusulkan, masing-masing berlaku untuk situasi yang berbeda dan masing-masing dengan konsepnya sendiri dengan hasilnya berupa sebuah solusi. Pada bab ini, akan dijelaskan beberapa permainan sederhana, membahas berbagai teori, dan menguraikan prinsip-prinsip yang mendasari teori *game*. Konsep dan metode tambahan yang dapat digunakan untuk menganalisis dan memecahkan masalah keputusan dibahas dalam artikel optimasi yang dijelaskan pada bab sebelumnya.

13.2 Klasifikasi Game

Game dapat diklasifikasikan menurut fitur tertentu yang dapat ditetapkan sebagai permainan yang dapat dimainkan oleh satu orang, dua orang, atau lebih banyak pemain serta memiliki ciri khasnya sendiri. Setiap pemain juga dapat seorang individu, suatu tim atau kelompok, atau satu negara yang terdiri dari banyak orang dengan minat yang sama. Dalam permainan seperti catur, setiap pemain mengetahui langkah-langkah atau situasi yang akan dihadapi dalam permainan tetapi sangat berbeda pada permainan seperti poker, dimana setiap pemain tidak mengetahui semua kartu lawan mereka. Sejauh mana tujuan para pemain bertepatan atau bertentangan adalah dasar lain untuk mengklasifikasikan permainan. Sebagian peneliti klasifikasi *game* dapat dibagi berdasarkan dari jumlah pemain yang terdiri dari :

1. *One-person game*s. *Game* yang dimainkan oleh satu orang yang masih relatif probabilitas sederhana.
2. *Two-person constant-sum game*s. Sebuah permainan yang melibatkan lebih dari satu orang dan juga disebut permainan persaingan murni. Contoh *game* ini seperti permainan Poker.

3. *Two-person variable-sum game*s. Permainan ini melibatkan dua orang pemain atau berpasangan dengan melibatkan strategi. Contoh *game* ini seperti permainan catur.
4. *N-person game*s. Secara teoritis, permainan *N-person game*s melibatkan pemain lebih dari dua orang dan tidak berbeda dari permainan non-kooperatif dua orang, dalam permainan ini setiap pemain tidak diizinkan untuk berkomunikasi dan membuat kesepakatan yang mengikat.

Sebagian juga menyebutkan bahwa klasifikasi *game* pada sebuah perusahaan dibagi menjadi tiga yaitu;

a. *Game* Anak, termasuk *game* edukasi,
b. *Game* Keluarga: sebuah *game* yang dapat digunakan oleh seluruh keluarga, termasuk orang dewasa yang bermain bersama dengan anak kecil, dan
c. *Game* Dewasa: sebuah *game* yang memiliki metode permainan yang relatif kompleks atau tema dewasa.

13.3 Jenis Teori Game

Ada lima jenis teori *game*;

1. Permainan Kooperatif dan Non Kooperatif
   Permainan ini melibatkan kesepakatan antara pemain dan disebut sebagai permainan kooperatif sedangkan permainan non-kooperatif merupakan permainan kebalikan dari permainan kooperatif dimana setiap pemain dapat memilih strategi masing-masing. Contoh permainan Kooperatif seperti; Smaug's Jewels, Space Race, Ball Builders, Shipwrecked dan sebagainya. Sedangkan, permainan Non Kooperatif seperti; Rock-paper-scissors, Two children steal sweets, Prisoner's Dilemma dan sebagainya.

a. Bentuk Ekstensif dan Permainan Bentuk Normal
   Permainan bentuk ekstensif lebih dikenal permainan pohon keputusan dalam bentuk ekstensif untuk menggambarkan peristiwa secara acak. Sedangkan, perimanan bentuk normal

merupakan dimana strategi permainan dijelaskan dalam bentuk tabel. Contoh permainan bentuk ekstensif seperti; Solid Shapes, Pattern Block dan sebagainya. Sedangkan, contoh permainan bentuk normal seperti; *Game* Matrix, Penalty dan sebagainya.

b. *Game* Pindah Berurutan dan *Game* Pindah Simultan

Game pindah berurutan merupakan sebuah permainan yang memiliki informasi ekstensif terkait strategi pemain lawan. Sedangkan, *game* simultan memiliki informasi dan format permainan secara detail. Contoh permainan pindah berurutan seperti; Chess, Infinite Chess, Backgammon, Tic-Tac-Toe. Sedangkan contoh permainan pindah simultan seperti; Rock-Paper-Scissors dan sebagainya.

c. *Game zero-sum*, *constant-sum*, dan *non-zero-sum*

Dalam *game zero-sum*, *constant-sum*, dan *non-zero-sum* dapat dilihat dari keuntungan dan kerugian dalam sebuah permainan, jika jumlah keuntungan dan kerugian adalah nol, disebut permainan jumlah- nol (*Zero Sum Game*). Atau jumlah konstan (*Constant Sum Game*). Sebaliknya bila tidak sama dengan nol, permainan disebut permainan bukan jumlah nol (*non-zero – sum game*). Contoh permainan *zero-sum*, *constant-sum*, dan *non-zero-sum* seperti; Rock-Paper Scissors, Chicken Run, Prisonner’s Dilemma dan sebagainya.

d. *Game* yang simetris dan asimetris

Dalam permainan simentris setiap pemain menggunakan strategi yang sama. Sedangkan, permainan asimentris hasil ditentukan oleh strategi yang digunakan, bukan oleh para pemainnya. Contoh permainan simentris seperti; Shape *Game*s, Mathsframe, Smashmaths dan sebagainya. Sedangkan contoh permainan asimetris seperti; Left 4 Dead 2: Versus Mode, Hidden in Plain Sight, Aliens Vs. Predator, Secret Neighbor: Hello Neighbor, Keep Talking and Nobody Explodes dan sebagainya.

13.4 Metode Game Teori

Game Teori merupakan suatu proses pemodelan interaksi strategis antara dua atau lebih pemain dalam situasi yang berisi seperangkat aturan dan hasil dan digunakan dalam berbagai disiplin ilmu. Secara khusus, metode dan teknik penyelesaian *game* teori yang banyak dibahas seperti :

1. Metode *Nash Equilibrium*

   Metode ini merupakan solusi dari permainan non-kooperatif mengenai dua atau lebih pemain di mana setiap pemain diasumsikan memiliki pengetahuan tentang keseimbangan atau taktik stabilitas pesaing lainnya, dan tidak ada pesaing yang mendapatkan keuntungan apa pun dengan memvariasikan hanya miliknya. Para ahli teori *game* memanfaatkan konsep metode *nash equilibrium* untuk meneliti konsekuensi dari kolaborasi taktis dari sejumlah pengambil keputusan. Sejak konsep metode *nash equilibrium* dikembangkan, para ahli di bidang teori permainan telah mengungkapkan bahwa, metode ini menciptakan prakiraan atau prediksi yang salah dalam beberapa situasi.

2. Teknik *Pareto Optimality*

   Teknik *pareto optimality* pertama kali diperkenalkan oleh *vilfredo pareto*. Dalam permainan *pareto optimality*, terdapat strategi atau taktik yang meningkatkan keuntungan pemain tanpa merugikan orang lain (Yeung et.al, 2006).

3. Teknik *Values Technique*

   Teknik atau konsep solusi yang digunakan *values technique* dalam teori permainan kooperatif. Hal ini memberikan distribusi ke semua pemain dalam *game*. Distribusinya unik dan nilai permainan tergantung pada beberapa karakteristik abstrak yang diinginkan. Dengan kata sederhana, nilai *shapley* memberikan kredit di antara sekelompok pemain yang bekerja sama (Shapley, 1953).

4. Metode *Maximin-Minimax*

   Metode ini digunakan di kedua permainan dengan strategi murni dan campuran. Dalam kasus permainan dengan strategi murni, pemain yang mengeksploitasi mencapai strategi optimalnya berdasarkan prinsip *maximin*. Sebaliknya, pemain yang semakin berkurang mencapai strategi optimalnya berdasarkan prinsip *minimax*. Perbedaan antara *game* strategi murni dan campuran adalah, *game* strategi murni memiliki *saddle point* sedangkan *game* strategi campuran tidak.
5. Metode *Dominance*

   Metode ini dapat diterapkan pada kedua *game* dengan strategi murni dan *game* dengan strategi campuran. Dalam permainan yang melibatkan strategi murni, solusi keseluruhan mudah ditemukan setelah metode *dominance* diterapkan untuk mengurangi dimensi masalah. Dalam permainan dengan strategi campuran, metode *dominance* dapat digunakan untuk mengurangi dimensi masalah sebelum menggunakan metode lain untuk menyelesaikan masalah secara keseluruhan.
6. Metode *Arithmetic*

   Metode *arithmetic* memberikan pendekatan yang dapat dipahami untuk mendapatkan strategi optimal untuk setiap pemain dalam matriks 2 2 tanpa *saddle point*. Jika matriks hasil lebih panjang dari 2 2, maka *Metode dominance* akan digunakan dan akhirnya prosedur aljabar untuk membantu mendapatkan strategi optimal dan juga nilai permainan.
7. Metode *Matrix*

   Metode ini memberikan cara untuk menemukan strategi optimal untuk pemain dalam 2 2 permainan.
8. Metode *Graphical*

   Metode *graphical* digunakan untuk menyelesaikan permainan tanpa *saddle point*s. Dibatasi hanya untuk permainan matriks 2 x m atau n x 2 menurut Kumar dan Reddy.

9. Metode *Linear Programming*.

   Metode *Linear Programming*, juga disebut optimasi linier, adalah metode yang digunakan untuk mencapai hasil terbaik untuk suatu tujuan (seperti keuntungan maksimum atau biaya minimum atau ukuran efektivitas lainnya) dalam model matematika yang persyaratannya diwakili oleh hubungan linier sesuai dengan Williams.

Tinjauan komprehensif tentang metode dan teknik yang biasanya digunakan dalam teori *game* untuk menyelesaikan permainan telah disajikan dengan pandangan demistifikasi dan membuatnya mudah dipahami. Secara khusus, metode dan teknik penyelesaian yang dibahas adalah metode *nash equilibrium*; teknik *pareto optimality*; teknik *values technique*; metode *maximin-minimax*; metode *dominance*; metode *arithmetic*; metode *matrix*; metode *graphical* dan metode *linear programming*. Diharapkan dapat memberikan kontribusi yang signifikan terhadap pengetahuan dengan mengisi atau mempersempit kesenjangan pengetahuan atau penelitian literatur yang tidak memadai tentang tinjauan metode solusi dan teknik untuk memecahkan permainan dalam teori *game*.

13.5 Game di masa datang

Mempelajari teori *game* tidak hanya meningkatkan dan mengembangkan sebuah permainan, tetapi juga meningkatkan ketangguhan mental dan kemampuan negosiasi individu, toleransi, dan meningkatkan kualitas hidup secara keseluruhan (kehidupan sehari-hari, kehidupan profesional dan pribadi) setiap pemain. Pada tahun 2024 kedepan, menurut Laporan Newzoo's Global Games Market Report 2021 memperkirakan bahwa industri game akan mencapai $218,7 miliar dengan pertumbuhan berkelanjutan sebesar 8,7% per tahun. Jumlah gamer juga terus meningkat. Menurut Newzoo, jumlah gamer di seluruh dunia pada tahun 2021 naik 5,3% YoY, dengan sekitar 3 miliar gamer. Tidak hanya digunakan pada orientasi penggunaan hiburan bagi masyarakat. Para ekonom sering menggunakan teori game untuk memahami perilaku perusahaan oligopoli. Hal ini dapat membantu untuk memprediksi kemungkinan hasil ketika perusahaan terlibat dalam perilaku tertentu, seperti penetapan harga dan kolusi. Teori *game* adalah studi tentang model matematis dari interaksi strategis di antara agen rasional. Ini memiliki aplikasi di semua bidang ilmu sosial, serta dalam logika, ilmu sistem dan ilmu komputer. Jadi apa selanjutnya? Secara budaya, *game* hanya akan terus menjadi arus utama. Namun, inovasi teknologi apa yang membentuk masa depan dari konsep dan model inovasi teori *game* itu sendiri, dan bagaimana hal itu akan memengaruhi setiap aspek dimasa depan?

Daftar Pustaka

Starr, Kenneth & David Miller. (1969). *Executive decisions and operations research*: Prentice-Hall.

Anderson, David. (2014). *An Introduction to Managament Science: Quantitative Approaches to Decision Making*. Cengage.

Checkland, P.B. (1981). *System Thinking, Systems Practice*. Wiley.

Moon, Francis. (1992). *Chaotic and Fractal Dynamics: Introduction for Applied Scientists and Engineers 2nd Edition.* Wiley.

Beishon, J. (1976). *Systems Behaviour*, Second Edition : The Open University Press, Harper and Row, London.

Holland, J.H. (1962). Outline for a Logical Theory of Adaptive Systems : Journal of the ACM, 9, 297-314.

Solberg, et al. (2000). *Research: Principle and Practice*. Wiley.

Hillier, Frederick & Gerald Lieberman (2002). *Introduction to Operations Research 7th Edition* : McGraw-Hill.

Aji, Septi., Kusmaningrum, Herni, F. M. (2014). Optimisasi Keuntungan Menggunakan Linear Programming Di PT Pertamina Refinery Unit (RU) VI Balongan **:** Jurusan Teknik Industri Itenas, No. 03, Vol. 01.

Siringoringo, H. (2005). *Seri Teknik Riset Operasional. Pemrograman Linear*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Imbas, R. (2014). Optimalisasi Kasus Pemprograman Linier Dengan Metode Grafik dan Simpleks. *Jurnal MSA.* 2(1): 1-8.

Maswarni. M.M., Hermawan, Hengki., Kartono. (2019). RISET OPERASI : Unpam Press.

Heizer, B. Render & C. Munson. (2020). Operations Management : Sustainability and Supply Chain Management, vol. 13e, Uninted Kingdom: Pearson Education Limited.

W. J. Stevenson, (2018). Operation Management, New York: McGraw-Hill Education, 2018.

S. A. Kumar and N. Suresh (2008). Production and Operation Management (With SKill Development, Caselets and Cases), New Delhi: New Age International (P) Limited, Publishers, 2008.

Rusdiana. (2014). Manajemen Operasi, Bandung : CV Pustaka Setia.

R. S. Russell and B. W. Taylor III. (2011). Operation Management: Creating Value Along the Supply Chain, United States of America: John Wiley and Son.

Bazaraa, M., Jarvis, J., & Sherali, H. (2009). *Linear Programming and Network Flows, 4th Ed.* New York: Wiley.

Bhunia, A. K., Sahoo, L., & Shaikh, A. (2019). *Advanced optimization and operations research.* Springer.

Bradley, S., Hax, A., & Magnanti, T. (1977). *Applied Mathematical Programming.* Addison-Wesley.

Diwckar, U. (2003). *Introduction to Applied Optimization,.* Boston: Kluwer Academic Publishers.

Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2015). *Introduction to Operations Research, 10th Edition.* New York, USA: McGraw-Hill Education.

Nering, E., & Tucker, A. (1992). *Linear Programming and Related Problems.* Boston: Academic Press.

Taha, H. A. (2017). *Operations Research. An Introduction.* Essex, England: Pearson Education Limited.

Vanderbei, R. (2008). *Linear Programming: Foundation and Extensions, 3rd ed.* New York: Springer.

Hillier, F.S. & Lieberman, G.J. (2021). *Introduction to Operations Research* 11th ed. New York: Mc Graw Hill.

Bhunia, A. K., Sahoo, L., Shaikh, A.A. (2019). Advanced optimization and operations research. Springer.

Taha, H.A. (2017). Operations Research: An Introduction 10th ed. Loncon: Pearson.

Bazaraa, M., Jarvis, J., Sherali, H. (2009). Linear Programming and Network Flows, 4th Ed. Wiley.

Bradley, S., Hax, A., Magnanti, T. (1977). Applied Mathematical Programming. Addison-Wesley.

Diwckar, U. (2003). Introduction to Applied Optimization, Kluwer Academic Publishers. 2003.

Nering, E.; Tucker, A. (1992). Linear Programming and Related Problems. Academic Press.

Vanderbei, R. (2008). Linear Programming: Foundation and Extensions, 3rd ed. Springer.

Permata, E. G., Khartika, P. (2016). Perancang Ulang Tata Letak Pabrik dengan Membandingkan Metode Grafik dan Computerized Relative Allocation of Facilities Technique (Craft) untuk Meminimasi Ongkos Material Handling di PT. Perindustrian dan Perdagangan Bangkinang : Jurnal Teknik Industri, Vol. 2, No. 2.

Aini, S., Fikri, A. J., Sukandar, R. S. (2021). Optimalisasi Keuntungan Produksi Makanan Menggunakan Pemrograman Linier Melalui Metode Simpleks", Vol. 1 No. 1 : Jurnal Bayesian. Jurnal Ilmiah Statistika dan Ekonometrika.

R. L. Rumahorbo and A. Mansyur, “Konsistensi metode simpleks dalam menentukan nilai optimum,” KARISMATIK, vol. 3, no. 1, pp. 36–46, 2017.

Yudihartanti, Y. (2006). Penyederhanaan Operasi Perhitungan Pada Metode Simpleks : Progresif, Vol. 2, No. 2. 166 – 226.

Taha, Hamdy A. (1987). Operation Research : On Introduction 4th ed., Mac Millan Publishing, New York.

Murty, Katta G . (1983). Linear Programming. John Wiley and Sons, New York.

M. Yazdani,et al. (2016). Sensitivity Analysis in MADM Methods: Application of Material Selection. Inzinerine Ekonomika-Engineering Economics. 27(4), 382–391.

Tenawaheng, P. P. R. C. U. & Wiguna, I P. A. (2021). Analisis Sensitivitas Investasi Apartemen Begawan : JURNAL TEKNIK ITS. Vol. 10, No. 1.

Taha, H. A. (2007). Operation Research An Introduction. Edisi ke-8. Upper Saddle River, New Jersey.

Irwan, Hery., Yuniral, H., (2016). Optimasi Penjadwalan Produksi Dengan Metode Transportasi : Profisiensi. Vol.4 No.2 : 79-89.

Taylor III, Bernard W., (2013). Introduction to Management Science : Eight Edition, International Edition, Prentice Hall, Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, New Jersey.

Harsono, S., & Sriyanto, D. (2016). Riset Operasi. STIE Graha Kirana Medan, 20 (7-8), 75-95.

Dimyati, T.T., & Dimyati, A. (1999). Operations Research: Model-model Pengambilan Keputusan. Sinar Baru, 33 (5), 128-160.

Ariyanti, D. M., Agus, F., Khairina, D. M. (2015). Sistem Pendukung Keputusan untuk Seleksi Penerimaan dan Penentuan Posisi Karyawan : Jurnal Informatika Mulawarman, Vol. 10 No. 1.

Oktovianny. L. (2008). Sistem Pendukung Keputusan.

Rizani,Herman, R. (8 Novermber 2009). Sistem Pendukung Keputusan. Diakses dari http://www.kuliahstmikindo.co.cc/2009/10/sistem-pendukungkeputusan.

Kusumadewi, S,, Hartati, S., Harjoko, A., Wardoyo, R. (2006). Fuzzy Multi Attribute Decision Making (FUZZY MADM). Yogyakarta : Graha Ilmu.

Sembiring, M. A. (2017). Penerapan Metode Simple Additive Weighting Sebagai Strategi Pembinaan Kecerdasan Anak: JURTEKSI (Jurnal Teknologi dan Sistem Informasi), Vol. IV No. 1. hlm. 65 – 70.

Wulan, ER. (2019). *Manajemen Proyek dengan PERT atau CPM.* Bandung: Bitread Publishing.

Hiller, F.S. (1990). Pengantar Riset Operasi. Jakarta : Erlangga.

Heizer, J., Barry, R. (2005). *Operations Management : Manajemen Operasi.* Jakarta: Salemba Empat.

Herjanto, E. (1999). Manajemen Produksi dan Operasi. Jakarta : Grasindo.

Maharany, L., Fajarwati. (2006). *Analisis Optimasi Percepatan Durasi Proyek dengan Metode Least Cost Analysis*. Utilitas, Vol. 14, No. 1, h.113-130.

Dimyati, TT.,Dimyati, A. (2018). *Operations Research : Model-model Pengambilan Keputusan*. Bandung : Sinar Baru Algensindo.

Karlin, S., & Taylor, H.E. (2012). *A First Course in Stochastic Processes*. Academic Press

Oliver, K. (2009). Probability Theory and Stochastic Processes With Applications Paperback. Overseas Press India Private Limited: New Delhi.

Meyn and Tweedie (1993) *Markov Chains and Stochastic Stability*. London: Springer-Verlag ISBN 0-387-19832-6.

Barry Render (2006). *Quantitative Analysis for Management*. Edisi 9.

Pearson Education, Inc: New Jersey.

Baldi, P., & Brunak, S. (1998). Bioinformatics – The Machine Learning Approach. Massachusetts Institute of Technology.

Franzese, M and Iuliano, A. (2018). Hidden Markov Models. Elsevier.

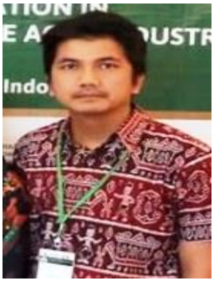
Viterbi, A.J., (1967). Error bounds for convolutional codes and an asymptotically optimal decoding algorithm. In: IEEE Transactions on Information Theory, vol. 13, pp. 260–269.

Moore, J. W., & Quintero, L. M. (2019). Comparing forward and backward chaining in teaching Olympic weightlifting. *Journal of Applied Behavior Analysis*, *52*(1). https://doi.org/10.1002/jaba.517

Biodata Penulis

Lulut Alfaris

Penulis merupakan lulusan dari SMAN 1 Genteng Banyuwangi tahun 2005, selepas SMA diterima melalui jalur Penelusuran Minat dan Kemampuan (PMDK) di S1 Teknik Kelautan Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya. Selanjutnya kuliah di jurusan yang sama di ITS., jurusan Teknik Kelautan.
Saat ini bekerja sebagai dosen di Program Studi Teknologi Kelautan, Politeknik Kelautan dan Perikanan Pangandaran, Perguruan Tinggi dibawah naungan Kementerian Kelautan dan Perikanan (KKP).
Penulis mengampu mata kuliah Matematika Teknik, Oseanografi, Perancangan Struktur Bangunan Pantai dan Termodinamika. Penulis mempunyai interest penelitian dibidang dibidang analis numerik, pemodelan tsunami. Saat ini berdomisili di Kabupaten Pangandaran, Provinsi Jawa Barat.
Email Penulis: lulut.alfaris@kkp.go.id



Dudih Gustian

Lahir di Sukabumi, Jawa Barat, 05 Agustus 1980. Menjadi anggota Aptikom Jabar pada tahun 2016 sampai saat ini, dan aktif sebagai pengasuh data mining grup disalah satu jejaring sosial. Menjadi Kepala Program Studi Sistem Informasi Universitas Nusa Putra Sukabumi pada tahun 2016 - 2020 dan saat ini menjadi Divisi Penelitian dan Publikasi LPPM di Universitas yang sama.
Bidang kajian yang diminati ialah kajian data mining, Kecerdasan Buatan, Statistik, Riset Operasi.

Selain aktif sebagai penulis dan Dosen, aktif pula dikeanggotaan Aptikom Jabar, PII Kab. Sukabumi juga juga aktif sebagai peneliti khususnya dalam bidang data mining sampai saat ini. Selain itu aktif menjadi Reviewer di beberapa jurnal Nasional dan Internasional bidang computer, serta Editor di beberapa Penerbit Nasional dan Pimpinan di salah satu penerbit Nasional. Beberapa tulisan yang telah ditulisnya melalui blog pribadi yang bisa dikunjungi : http://catatandudihgustian. blogspot.com/.

Retno Setyorini, S.T., M.M.

Penulis lulusan Teknik Industri dan Manajemen Universitas Pasundan, Bandung pada tahun 2003. Selain itu ia meraih gelar Magister Manajemen pada Universitas Telkom, Bandung (d/h Institut Manajemen Telkom). Saat ini penulis sedang menempuh Program Doktoral Manajemen di Universitas Pendidikan Indonesia, Bandung.

Penulis sampai saat ini aktif sebagai dosen di Prodi Administrasi Bisnis, Fakultas Komunikasi dan Bisnis,Universitas Telkom dan aktif sebagai trainer dan konsultan Bidang Manajemen di beberapa perusahaan BUMN, Swasta serta Instansi Pemerintah.

Pelatihan yang diberikan berkaitan dengan pengelolaan sumber daya pada suatu organisasi dan bisnis, serta menjadi pendamping UMKM. Pernah menjabat sebagai sekretaris Program Studi Administrasi BIsnis (2014-2016), Ketua Kelompok Keahlian Business Policy and Strategy, Fakultas Komunikasi dan Bisnis (2018-2020), Founder Rikalikas Sustainablity Service (RIKASS Foundation).

Ikhsan Romli, S.Si, M.Sc.

Penulis yang biasa akrab dipanggil Ikhsan terlahir di Nganjuk, 13 Mei 1986. Sekarang bekerja sebagai dosen di Teknik Industri, Universitas Pelita Bangsa, Bekasi. Ia lulus S1 Matematika ITS (Institut Teknologi Sepuluh Nopember) Surabaya pada tahun 2009 dan mendapat *Master of Science* dari Universiti Teknikal Malaysia Melaka (UTeM), tahun 2013 di bidang *optimization*.

Semasa menempuh S2 di Malaysia, ia bekerja sebagai peneliti di UTeM *Research Center* yang didanai oleh FRGS (*Fundamental Research Grant Scheme*) Malaysia dengan menghasilkan dua publikasi internasional yaitu *Symmetric matrices properties to duality in linear programming* dan *Nonlinear Thermal Expansion Model for SiC/Al*. Sekarang Ia sedang menempuh program Doktoral di Teknik dan Manajemen Industri ITB dengan riset yang sedang dikerjakan adalah *Prognostics and Health Management System* untuk Baterai pada *Electric Vehicle*. Pembaca bisa menghubungi ke alamat email berikut. Ikhsan.romli@pelitabangsa.ac.id. Selama berkarir menjadi dosen, Penulis juga pernah mendapatkan hibah penelitian dari DRPM Kemendibudristek antara lain:

1. Skema Penelitian Dosen Pemula (PDP) dengan judul "Optimasi Penjadwalan Mata Kuliah Di Prodi Teknik Informatika STT Pelita Bangsa Dengan Menggunakan Algoritma Genetika". (2017-2018)Skema Penelitian Dosen Pemula (PDP) dengan judul "Penerapan Algoritma Naive Bayes dalam Menentukan Merek Mobil Paling Laku". (2018-2019).
2. Skema Penelitian Dosen Pemula (PDP) dengan judul "Klasifikasi Data Karyawan Untuk Menentukan Jadwal *Overtime* Perusahaan Menggunakan Algoritma C4.5". (2019-2020).
3. Skema Penelitian Dosen Pemula (PDP) dengan judul "Implementasi *Internet Of Things* Dalam Monitoring Pembangkit Listrik Tenaga Surya". (2020-2021).

Korespondensi:

Email: ikhsan.romli@pelitabangsa.ac.id, HP: 0819453495

Anggi Yhurinda Perdana Putri, S.Kom., M.Kom

Lahir di Banyuwangi, 16 Mei 1993. Saat ini berprofesi sebagai dosen Sistem Informasi di Institut Teknologi Adhi Tama Surabaya sejak tahun 2018. Lulus Pendidikan S1 jurusan Teknik Informatika Universitas Brawijaya pada tahun 2016, dan melanjutkan Pendidikan S2 jurusan Sistem Informasi Institut Teknologi Sepuluh Nopember serta lulus pada tahun 2018. Bidang Penelitian penulis diantaranya: Data Mining, Riset Operasi, Information Retrieval, Kecerdasan Buatan, Manajemen SIstem Informasi.

Ir. SILVESTER A.S. HERJUNA, S.T., I.P.P.

Lulus pendidikan S1 pada Program Studi Teknik Industri Universitas Sebelas Maret Solo tahun 2017, lulus program profesi insinyur di Universitas Katolik Widya Mandala Surabaya dan meraih sertifikasi sebagai Insinyur Profesional Pratama oleh Persatuan Insinyur Indonesia (PII), dan sedang menempuh jenjang S2 prodi Teknik Industri di Binus University. Saat ini bekerja di PT PLN (Persero) dan menjabat sebagai Supervisor Transaksi Energi Listrik di Unit Pelaksana Pelayanan Pelanggan Tobelo – Maluku Utara. Aktif meneliti pada bidang riset operasi, permodelan & simulasi, manajemen rantai pasok, serta membuat produk sistem pendukung keputusan untuk mengoptimalkan kinerja perusahaan.

Nur Syamsiyah

Ketertarikan penulis terhadap ilmu komputer dimulai pada tahun 1993 silam. Hal tersebut membuat penulis memilih untuk masuk ke Sekolah Tinggi Manajemen dan Informatika Gunadarma, yang sekarang berganti menjadi Universitas Gunadarma, dengan memilih Jurusan Teknik Informatika Strata satu dan berhasil lulus pada tahun 1997.

Dua tahun kemudian penulis pernah mengenyam pendidkan Strata dua di Universitas Gunadarma jurusan Sistem Informasi Bisnis. Penulis kemudian melanjutkan pendidikan ke jenjang Magister, dan berhasil menyelesaikan studinya pada tahun 2011 di Magister Teknologi Informasi Universitas Indonesia. Penulis memiliki kepakaran dibidang Rekayasa Perangkat Lunak dan Pengembangan Sistem Informasi. Penulis berkarir sebagai dosen sejak tahun 1999 di berbagai perguruan tinggi ilmu komputer, dan menjadi Dosen Tetap di Universitas Darma Persada sejak 2003 sampai dengan sekarang. Dan untuk mewujudkan karir sebagai dosen profesional, penulis pun aktif sebagai peneliti dibidang kepakarannya tersebut. Selain peneliti, penulis juga aktif menulis buku dengan harapan dapat memberikan kontribusi positif bagi bangsa dan negara yang sangat tercinta ini.

Yuniansyah

Mengenal Ilmu Komputer Pada Tahun 1995 dimana penulis mendapatkan kesempatan melanjutkan pendidikan Strata satu di Universitas Bina Darma Palembang dan selesai pada tahun 1999. Pada saat kuliah juga selama 2 tahun (1997-1999).

Pada awal tahun 2002 melanjutkan pendidikan di Program Studi Magister Ilmu Komputer Fakultas Ilmu Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (F-MIPA) Universitas Gadjah Mada – Yogyakarta dan selesai pada akhir tahun 2013.

Selama di Yogyakarta juga penulis berkesempatan menjadi Dosen di salahsatu Perguruan Tinggi yang ada di Yogyakarta. Selepas meraih gelar Magister Komputer penulis menjadi dosen di beberapa Perguruan Tinggi swasta dan Universitas Negeri di Kota Palembang. Penulis juga pernah menjadi Dosen di Kota Lubuk Linggau, Batam, dan Duri. Saat ini penulis menjadi dosen praktisi di salah satu perguruan tinggi ternama di Kota Pelembang Penulis ini dapat dihubungi melalui email: yuniansyah.mr@gmail.com serta dan dapat juga melalui WA / Telegram : 0812 3516 8181

Ir. Nurul Aziza, ST.,MT.,IPM, ASEAN Eng

Saat ini sedang menempuh program Doktor di Universitas Brawijaya Malang. Penulis memperoleh gelar profesi IPM (Insinyur Profesional Madya) dari PII (Persatuan Insinyur Indonesia) dan ASEAN Engineer dari The ASEAN Federation of Engineering Organisations (AFEO). Penulis pernah menjabat sebagai kabid Divisi Inovasi LPPM UMAHA (2012-2014).

Ketua Badan Penjaminan Mutu Universitas Maarif Hasyim Latif tahun 2015-2019, Direktur Akademik, SDM dan sistem Informasi UMAHA tahun 2019-2020. Mengampu beberapa mata kuliah Analisis Multivariat, Statistik Industri, Desain Eksperimen, Akuntansi dan Biaya, dan Pengukuran Kinerja. Penulis telah menerbitkan buku berjudul "Pengukuran Kinerja Organisasi Nirlaba dengan IPMS (Integrated Performance Measurement Systems)", Ergonomi Industri. Terlibat dalam penulisan bookchapter antara lain Akuntansi Biaya: Konsep Dasar dan Manajemen, Pengantar Manajemen Organisasi Kontemporer, Fundamentals of Social Research: Methodes, Processes, and Applications, dan beberapa artikel hasil penelitian dan pengabdian kepada masyarakat telah dimuat di berbagai jurnal ilmiah baik nasional maupun internasional yang terakreditasi maupun yang tidak terakreditasi. Penulis juga aktif sebagai kontributor artikel di TIMES Indonesia. Email: nurulaziza007@gmail.com

Aldi Cahya Muhammad, B.Sc.Engg., M.Sc.Engg

Setelah lulus dari SMAN 1 Genteng Banyuwangi tahun 2013. Penulis lulus program Bachelors dan Masters of Science in Electrical and Electronic Engineering di salah satu univesitas Organisasi Kerjasama Islam (OKI), Islamic University of Technology (IUT), Dhaka, Bangladesh di jurusan Electrical and Electronic Engineering lulus tahun 2019.
Karir pertama dimulai sebagai Bangladesh Business Manager di salah satu perusahaan Jepang, A-Wing Group. Setelah itu melanjutkan karir di perusahaan Radiant Group, Jakarta. Beberapa research interest penulis antara lain Artificial Intelligence and Renewable energy. Penulis pernah mendapat penghargaan sebagai Best Paper di The 7th Indonesia International Geothermal Convention and Exhibition (IIGCE) 2019.
Email Penulis: aldicahyamu@gmail.com

Najirah Umar

Sebagai Dosen Kopertis Wilayah IX yang dipekerjakan pada STMIK Handayani, menjadi Pengurus APTIKOM Wilayah Sulsel 2016 sampai saat ini, sebagai dosen pengampuh matakuliah Teknik Riset Operasi, Rekayasa Perangkat Lunak dan aktif sebagai peneliti yang didanai internal PT, Maupun DP2M Kemenristek DIKTI dan Menjadi Riviewer Jurnal Nasional.

Muhammad Wali

Lahir di Ujung Barat Indonesia Kota Sabang Tahun 1987. Pada tahun 2016 menjadi dosen di Perguruan Tinggi STMIK Indonesia Banda Aceh, dan menjadi Ketua LPPM AMIK Indonesia (2018-2022) dan STMIK Indonesia Banda Aceh (2022) sampai sekarang. Selain aktif di dunia penelitian, juga aktif pada lembaga dan komunitas khususnya pada bidang teknologi komputer.
Bidang yang diminati adalah; *Data Science, Software Developer*, *Expert System*, *Mobile Developer*, dan *Education Technology*. Kegiatan lain juga ikut berpartisipasi dalam kegiatan pengabdian dengan fokus memberikan kontribusi pada penggunaan teknologi sebagai upaya peningkatan ekonomi lokal dan nasional dengan berkolaborasi dari berbagai Perguruan Tinggi di Indonesia.

RISET OPERASI

Buku ini hasil kolaborasi penulis dalam bentuk book chapter ini dan memberikan langkah dalam memahami konsep, analisis Riset Operasi. Pembaca akan memperoleh pengetahuan, analisis dan kemampuan dalam konsep Riset Operasi. Buku ini menyajikan konsep, analisis dan kasus dari Riset Operasi. Topik pada buku ini diantaranya :

- Pengenalan Riset Operasi
- Linier Programing
- Aggregate Planning
- Post Optimal
- Metode Simplex
- Mengenal Dualitas dan Analisis Sensivitas
- Metode Transportasi (NWC, Inspeksi, Vogel)
- Metode SPK (SAW/AHP)
- Metode CPM/PERT
- Markov Model
- Metode Langkah Maju-Mundur
- Teori Game

Dengan adanya buku ini, diharapkan dapat membantu para pembaca dalam memahami serta dapat mengimplementasikannya dalam permasalahan dilapangan. Buku ini dapat menjadi rujukan bagi para Dosen, Praktsi, Mahasiswa, maupun pihak yang ingin memperdalam Riset Operasi.

Indie Press
Bersama Mencerdaskan Bangsa
Jl. Antapani VI No. 1B. Antapani
Kota Bandung - Jawa Barat
Email : admin@indiepress.co.id
Website : www.indiepress.co.id

IKAPI
IKATAN PENERBIT INDONESIA

ISBN 978-623-88145-2-7 (PDF)
9 786238 814527